

Matematik - 1

Mantık ve Kümeler

Ders İşleyiş Modülü - 5

Sınavlara Hazırlıkta ► 35 YILLIK DENEYİM ◀

- Yeni Müfredata Uygun
- ÖSYM Tarzında Sorular
- Akıllı Tahtaya Uyumlu

Öğretmene Özel Örnektir
Para ile satılamaz.

NESİBE AYDIN - MEHMET İLKER ÇOBAN
DİCLE GÖNDER - GİZEM YENTÜR - İREM DEDEOĞLU
MESUT UYAR - MURAT TEMİZER - MUSTAFA COŞKUN
NURHAN YAĞCI ÇOBAN - ZEKERİYA SARIGÖZ


Aydın Yayınları

Bu kitabın her hakkı saklıdır ve AYDIN YAYINLARI'na aittir. 5846 sayılı yasanın hükümlerine göre kitabın düzeni, metni, soru ve şekilleri kısmen de olsa hiçbir şekilde alınıp yayımlanamaz, fotokopi ya da başka bir teknikte çoğaltılamaz.

Yayın Sorumlusu : Can TEKİNEL
Yayın Editörü : Mehmet İlker ÇOBAN
Dizgi - Grafik Tasarım : Aydın Yayınları Dizgi Birimi
ISBN No : 978-605-7945-33-4
Yayıncı Sertifika No : 16753
Basım Yeri : Ertem Basım Yayın Ltd. Şti. • 0312 640 16 23
İletişim : AYDIN YAYINLARI
info@aydinyayinlari.com.tr
Tel: 0312 418 10 02 • 0850 577 00 71
Faks: 0312 418 10 09
0533 051 86 17
aydinyayinlari
aydinyayinlari

Bölüm Kapağı

Alt bölümlerin başlıklarını içerir.

Sınıf İçi İşleyiş

Bu bölümdeki örnek soruların çözümlerine akıllı tahta uygulamasından ulaşabilirsiniz.

Alt Bölüm Testleri

Her alt bölümün sonunda o bölümle ilgili testler yer alır.

Karma Testler

Modülün sonunda tüm alt bölümleri içeren karma testler yer alır.

Yeni Nesil Sorular

Modülün genelinde yorum yapma, analiz etme vb. becerileri ölçen kurgulu sorulara yer verilmiştir. Ayrıca modül sonunda tamamı yeni nesil sorulardan oluşan testler bulunur.

MANTIK VE KÜMELER

➤ MANTIK

- Önerme • 2
- Bileşik Önermeler • 5
- Koşullu Önerme • 11
- İki Yönlü Koşullu Önerme • 13
- Niceleyiciler • 16
- Tanım, Aksiyom, Teorem • 17
 - Karma Testler • 20
 - Yeni Nesil Sorular • 24

MANTIK - I

Önerme

TANIM

Mantık: Doğru düşünme kuralları bilgisidir.

Önerme: Doğru ya da yanlış, kesin bir hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir. Önergeleri göstermek için p, q, r, ... gibi harfler kullanılır.

Uyarı: İstek, soru, emir, ünlem bildiren ifadeler önerme değildir.

ÖRNEK 1

Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri bir önermedir?

- I. Ay, Dünya'nın uydusudur.
- II. 1 ile 2 arasında tam sayı vardır.
- III. Kavgı etmeyin.
- IV. Ben daha iyi yüzerim!

- I. Hüküm bildirir. Önermedir.
- II. Hüküm bildirir. Önermedir.
- III. Uyarı cümlesidir. Önerme değildir.
- IV. İddia cümlesidir. Önerme değildir.

ÖRNEK 2

Aşağıdakilerden hangileri önerme değildir?

- I. $2 > 3$
- II. Sinemaya gelmeyeceğim.
- III. $4^6 = \sqrt[4]{2^{48}}$
- IV. $(-2)^2 = -2^2$
- V. Dondurma yer misin?

II ve V önerme değildir.

BİLGİ

➔ Bir önermenin doğru ya da yanlış olmasına bu önermenin **doğruluk değeri** denir. Bir önerme doğru ise D ya da 1, yanlış ise Y ya da 0 ile gösterilir.

ÖRNEK 3

Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerini bulunuz.

- I. "Her sayının sıfıncı kuvveti 1 dir."
- II. "Cumhuriyet 29 Ekim'de ilan edilmiştir."
- III. "İlk Anayasa 20 Ocak 1921'de ilan edilmiştir."
- IV. "En küçük asal sayı 1 dir."

- I. "Y": Sıfır haricindeki tüm sayıların sıfıncı kuvveti 1 dir.
- II. "D"
- III. "D"
- IV. "Y": En küçük asal sayı 2 dir.

ÖRNEK 4

Aşağıdaki önermelerden hangileri doğru önermedir?

- I. "Her eşkenar dörtgen aynı zamanda bir paralelkenardır."
- II. "İki asal sayının toplamı daima çift tam sayıdır."
- III. " $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a^2 + b^2)$ "
- IV. "Dikdörtgenin köşegenleri dik kesişmez."

- I. Doğru.
- II. Yanlış
- III. Yanlış
- IV. Doğru

Denk (Eş Değer) Önerme

BİLGİ

- ➔ Doğruluk değerleri aynı olan önermelere **denk önermeler** denir. p ve q denk önermeler ise $p \equiv q$ biçiminde gösterilir.

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

İki önerme için
değer tablosu

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Üç önerme için
değer tablosu

- ➔ n tane önermenin doğruluk değeri için 2^n farklı durum vardır.

ÖRNEK 5

- a) Yedi önermenin karşılıklı doğruluk değerleri sayısı kaçtır?
b) Karşılıklı farklı doğruluk değerleri sayısı 64 olan kaç tane önerme vardır?

- a) $2^7 = 128$
b) $2^n = 64 \Rightarrow n = 6$

ÖRNEK 6

Aşağıdaki önermelerden hangileri denktir?

- I. $p : 2^3 = 7$
II. $q : (-1)^4 > 0$
III. $r : \text{Türkiye'nin başkenti İstanbul'dur.}$
IV. $s : \text{Tek sayıların bütün pozitif tam sayı kuvvetleri tektir.}$

- $p \equiv r \equiv 0$
 $q \equiv s \equiv 1$

Bir Önermenin Değili (Olumsuzu)

TANIM

- ➔ Bir önermenin hükmünün olumsuzu alınarak elde edilen önermeye **o önermenin değili** denir.
➔ Bir önermenin değili p' veya $\sim p$ sembollerinden biri ile gösterilir.
 $0' \equiv 1, 1' \equiv 0, (p)' \equiv p$

ÖRNEK 7

Aşağıdaki önermelerin olumsuzunu bulunuz.

- I. "En küçük asal sayı 2 dir."
II. "George Boole" Boole cebiri mantık dilini geliştirmiştir.
III. Mars'ın uydusu vardır.

- I. En küçük asal sayı 2 değildir.
II. "George Boole" Boole cebiri mantık dilini geliştirmemiştir.
III. Mars'ın uydusu yoktur.

ÖRNEK 8

Aşağıdaki önermelerden hangilerinin olumsuzu doğru önerme belirtir?

- I. $p : \text{"2 ile 3 arasında reel sayı yoktur."}$
II. $q : \text{"En küçük iki asal sayının toplamı çift tam sayı değildir."}$
III. $r : \text{"Ardışık iki pozitif tam sayının EKOK'u bu iki sayının çarpımıdır."}$

Yalnız I

1. Aşağıdakilerden hangisi bir önerme değildir?

- A) Bir yıl 365 gündür.
 B) Ocak ayı yaz mevsimindedir.
 C) $3 + 8 = 11$ dir.
 D) ☒ Kitap okumayı severim.
 E) 4312 sayısı 9 ile tam bölünür.

2. I. Ankara ilimiz Marmara Bölgesi'ndedir.
 II. Film izlemeyi severim.
 III. Pencereyi açar mısın?
 IV. Dünya bir gezegendir.
 V. Her gün 1 lt su içelim.

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi bir önerme-dir?

- A) 1 ☒ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Karşılıklı doğruluk değerleri sayısı 32 olan kaç tane önerme vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 ☒ E) 5

4. Selen'in girdiği matematik yazılısında 8 puanlık doğru – yanlış bölümünde verdiği cevaplar aşağıda verilmiştir.

- I. " $7 - 2.5 = 4$ " ifadesi bir önermedir. (D)
 II. Yanlış hüküm bildiren önermelerin doğruluk değeri 1 dir. (Y)
 III. Karşılıklı doğruluk değerleri sayısı 64 olan 6 tane önerme vardır. (D)
 IV. "Seni seviyorum" bir önerme değildir. (D)

Her soru 2 puan olduğuna göre, Selen bu bölümünden kaç puan almıştır?

- A) 0 B) 2 C) 4 ☒ D) 6 E) 8

5. $p: "3 + 7 = 8"$

$q: "Çift sayıların tüm tam sayı kuvvetleri çifttir."$

$r: "-3 + 2 \cdot 5 \geq 4"$

$s: "Bir hafta 7 gündür."$

Yukarıdaki önermelerden hangileri denktir?

- A) p ve r B) q ve r C) r' ve s
☒ D) p ve q E) p ve s

6. I. $p: "0 \text{ ile } 1" \text{ arasında reel sayı vardır.}$

II. $q: 12 \text{ den küçük asal sayıların sayısı } 5 \text{ değildir.}$

III. $r: \text{ Mustafa Kemal Atatürk'ün ölüm tarihi } 9 \text{ Kasım } 1938 \text{ dir.}$

IV. $s: \text{ Suyun kaynama derecesi } 90^\circ \text{ C değildir.}$

Yukarıdaki önermelerden hangilerinin olumsuzunun doğruluk değeri sıfırdır?

- A) I ve II B) II ve III C) I, II ve III
☒ D) I ve IV E) II, III ve IV

7. $p: "120 \text{ nin pozitif tam bölen sayısı } 16 \text{ dır.}"$

$q: "3333333 \text{ sayısının } 4 \text{ ile bölümünden kalan } 2 \text{ dir.}"$

$r: \text{ Herhangi ardışık iki tam sayı aralarında asaldır.}$

Yukarıdaki önermelere göre aşağıdaki seçeneklerin hangisinde tüm önermelerin doğruluk değeri 1 dir?

- A) p, q, r B) p', q', r ☒ C) p, q', r
 D) p', q, r' E) p, q, r'

MANTIK - II

Bileşik Önergeler

TANIM

- ➔ İki ya da daha çok önermenin ve (\wedge), veya (\vee) ise (\Rightarrow) \vee (ya da), \Leftrightarrow (ancak ve ancak) gibi bağlaçların bir veya birkaçı ile birlikte bağlanmasıyla elde edilen önermeye **bileşik önerme** denir.

Ve (\wedge) - Veya (\vee) Bağlaçlarının Özellikleri

TANIM / BİLGİ

- | p | q | $p \vee q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|------------|--------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
- ➔ $p \wedge p \equiv p$, $p \vee p \equiv p$
(tek kuvvet özelliği)
- ➔ $p \wedge q \equiv q \wedge p$, $p \vee q \equiv q \vee p$
(değişme özelliği)
- ➔ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
 $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (birleşme özelliği)
- ➔ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
(\wedge nin \vee üzerine dağılıma özelliği)
- ➔ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
(\vee nin \wedge üzerine dağılıma özelliği)
- ➔ $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$, $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$
(De Morgan kuralı)
- ➔ $p \wedge 1 \equiv p$, $p \vee 1 \equiv 1$
 $p \wedge 0 \equiv 0$, $p \vee 0 \equiv p$
- ➔ $p \wedge p' \equiv 0$, $p \vee p' \equiv 1$

ÖRNEK 1

$p : "(-2)^5 < 1"$, $q : "İtalya'nın başkenti Milano'dur."$
olmak üzere, aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- I. $(p \vee q') \vee p'$ II. $(p \vee q)' \vee (q' \vee p')$
III. $(q' \vee 1) \vee p'$

İtalya'nın başkenti Roma'dır.

$p \equiv 1$, $q \equiv 0$

I. $(1 \vee 1) \vee 0 \equiv 1$

II. $(1 \vee 0)' \vee (1 \vee 0) \equiv 1$

III. $(1 \vee 1) \vee 0 \equiv 1$

ÖRNEK 2

$[(p \vee q) \vee q']'$ önermesini en sade biçimde yazınız.

$$\begin{aligned} & [(p \vee q) \vee q']' \\ & \equiv [(p \vee q)' \wedge q] \\ & \equiv (p' \wedge q') \wedge q \equiv p' \wedge 0 \equiv 0 \end{aligned}$$

ÖRNEK 3

$(p \vee r) \wedge p \equiv p$ denliğini tablo yöntemi ile ispatlayınız.

p	r	$p \vee r$	$(p \wedge r) \wedge p \equiv p$
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1
0	0	0	0

ÖRNEK 4

x, y ve z sıfırdan farklı birer gerçel sayı olmak üzere,

$$p: x + y = z$$

$$q: x + z = y$$

$$r: x = 2y$$

önergeleri veriliyor.

$$(p \vee q) \vee (r' \vee p)$$

önermesi yanlış olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- I. $z = 3y$ II. $z - y = 0$
III. $x - 2y = 0$

$$p \equiv 0 , q \equiv 0 , r \equiv 1$$

$$x + y \neq z , x + z \neq y , x = 2y$$

I. $z = 3y$ olmalı. Çünkü $x = 2y$ için $3y \neq z$

II. $z - y \neq 0$ olmalı

III. $x - 2y = 0$ doğru.

Yalnız III

ÖRNEK 5

$$(p' \wedge q)' \vee r' \equiv 0$$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerini bulunuz.

$$\underbrace{(p' \wedge q)'}_0 \vee \underbrace{r'}_0 \equiv 0 \text{ olması için } p' \wedge q \equiv 1 \text{ olmalı.}$$

$$r' \equiv 0 \text{ olmalı}$$

$$r \equiv 1, \quad p \equiv 0, \quad q \equiv 1$$

ÖRNEK 6

$$[(p \vee r)' \wedge (p' \wedge q)]' \equiv 0$$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerini bulunuz.

$$[(p \vee r)' \wedge (p' \wedge q)]' \equiv 0$$

$$\equiv [(p \vee r)' \wedge (p' \wedge q)] \equiv 0 \text{ olması için}$$

$$(p \wedge r) \equiv 0 \text{ ve } (p' \wedge q)' \equiv 0 \text{ olmalı}$$

$$p \equiv 0, \quad q \equiv 1, \quad r \equiv 1$$

ÖRNEK 7

Aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk tablosunu yapınız.

I. $p \wedge (q' \vee p')$

II. $p' \vee (q' \wedge p')$

I.	p	q	p'	q'	q' ∨ p'	p ∧ (q' ∨ p')
	1	0	0	1	1	1
	0	1	1	0	1	0
	1	1	0	0	0	0
	0	0	1	1	1	0

II.	p	q	p'	q'	q' ∧ p'	p' ∨ (q' ∧ p')
	1	0	0	1	0	1
	0	1	1	0	0	1
	1	1	0	0	0	1
	0	0	1	1	1	1

ÖRNEK 8

$$p : 2x.y = 0$$

$$q : \frac{5x+z}{y} = 0$$

$$r : x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $(p \wedge q) \Rightarrow r$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

$$(p \wedge q) \vee r \text{ önermesi için,}$$

$$2xy = 0 \text{ ve } \frac{5x+z}{y} = 0 \text{ eşitliklerinde } y \neq 0 \text{ olduğuna göre, } x = 0 \text{ ve } 5x + z = 0 \text{ olduğu için, } z = 0 \text{ olmalı.}$$

$$\text{Bu durumda } x^2 + z^2 = 0 \text{ olur.}$$

$$\text{Buna göre, } r : x^2 + y^2 + z^2 \neq 0 \text{ önermesi doğrudur.}$$

ÖRNEK 9

$$(p \wedge q)' \equiv 0 \text{ ve}$$

$$r' \vee q \equiv 1 \text{ ise}$$

$$(r \vee q) \wedge [p \wedge (q \vee r')]$$

önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

$$(p \wedge q)' \equiv 0 \text{ ise } p \wedge q' \equiv 1 \text{ olur.}$$

$$p \equiv 1 \text{ ve } q \equiv 0$$

$$r' \vee q \equiv 1 \text{ ise } r \equiv 0 \text{ olur.}$$

$$(r \vee q) \wedge [p \wedge (q \vee r')]$$

$$= (0 \vee 0) \wedge [1 \wedge (0 \vee 1)]$$

$$= 0 \wedge [1 \wedge 1]$$

$$= 0 \wedge 1 \equiv 0$$

Ya da (\vee) Bağlacı

TANIM / BİLGİ

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Özellikler

- ➔ $p \vee q \equiv q \vee p$ (Değişme özelliği)
- ➔ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (Birleşme özelliği)
- ➔ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
 $(q \vee r) \wedge p \equiv (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$ (Dağılım özelliği)
- ➔ $p \vee p' \equiv 1$
- ➔ $p \vee 0 \equiv p$
- ➔ $p \vee p \equiv p$
- ➔ $p \vee 1 \equiv 1$
- ➔ $(p \vee q)' \equiv (p' \wedge q') \equiv (p' \wedge q')$

ÖRNEK 10

p : -2 en büyük negatif çift tam sayıdır.

q : $0! = 1!$

r : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 5!$

önermelerine göre aşağıdaki önermelerin doğruluk değerini bulunuz.

- a) $p \vee q$ b) $q \vee r$ c) $p \vee r$

$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0$
a) $1 \vee 1 \equiv 1$
b) $1 \vee 0 \equiv 1$
c) $1 \vee 0 \equiv 1$

10. 0, 1, 1

ÖRNEK 11

$$(p \vee q) \vee 0 \equiv 0$$

bileşik önermesine göre, aşağıdaki önermelerden hangilerinin doğruluk değeri kesinlikle "1" dir?

- a) $p' \vee q$ b) $(p \wedge q)'$ c) $p \vee q$

$(p \vee q) \vee 0 \equiv 0$
 0
 $p \equiv 1, q \equiv 1$ veya $p \equiv 0, q \equiv 0$
a) $0 \vee 1 \equiv 1$ b) $(1 \wedge 1)' \equiv 0$ c) $1 \vee 1 \equiv 1$
 $1 \vee 0 \equiv 1$ $(0 \wedge 0)' \equiv 1$ $0 \vee 0 \equiv 0$
Yalnız a

ÖRNEK 12

p : " $\sqrt{-16}$ rasyonel sayıdır."

q : "12345 sayısı 4 ile tam bölünür."

r : " $|x| + |y| \geq |x + y|$ " önermeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $(p' \vee q) \wedge r$ II. $(r' \vee p) \wedge q$
III. $(r \vee p)' \vee q'$

önermelerinin doğruluk değerini bulunuz.

$p \equiv 0, q \equiv 0, r \equiv 1$
I. $(1 \vee 0) \wedge 1 \equiv 1$
II. $(0 \vee 0) \wedge 0 \equiv 0$
III. $(1 \vee 0)' \vee 1 \equiv 1$

ÖRNEK 13

- a) $p \vee 0$
b) $(q \vee q') \wedge (r \vee 1)$
c) $(p \vee r) \wedge (p' \vee 1)$

önermelerinin en sade hâlini bulunuz.

a) $p \vee 0 \equiv p$
b) $(q \vee q') \wedge (r \vee 1) \equiv 1 \wedge r' \equiv r'$
c) $(p \vee r) \wedge (p' \vee 1) \equiv (p \vee r) \wedge p \equiv p$

p	r	$p \vee r$	$(p \wedge r) \wedge p \equiv p$
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1
0	0	0	0

1. I. $p \wedge 1 \equiv p$

II. $p \vee 0 \equiv 0$

III. $p \vee p' \equiv 1$

Bileşik önermelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) II ve III

2. $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ iken

$$[(p \wedge r)' \vee q] \wedge (r' \wedge q')$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) r
 D) r' E) $p' \vee q'$

3. $(p' \vee r)' \wedge (r' \wedge q) \equiv 1$ olduğuna göre,

$$(p \vee r) \vee q'$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) p' C) q' D) r' E) r

4. $(p' \vee q) \wedge (q \vee p)$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) p' C) $p \wedge q$
 D) q' E) q

5. $[p \wedge (p' \vee q')]' \wedge (q \wedge p)$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \wedge q$ B) $p \vee q$ C) $p' \wedge q$
 D) $p \vee q'$ E) $p' \vee q$

6. p ve q önermeleri için $(p \vee q') \vee (r \wedge q)' \equiv 0$ denkliği veriliyor.

Buna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0, 1, 1 B) 1, 0, 1 C) 0, 1, 0
 D) 1, 1, 0 E) 0, 0, 1

7. $[(p \wedge q)' \vee (r \wedge q')]' \equiv 1$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 0, 1 B) 0, 0, 1 C) 1, 0, 0
 D) 0, 1, 0 E) 1, 1, 1

8. p, q ve r birer önermedir.

I. $p \wedge q \equiv 0$ ise $p \vee q \equiv 0$

II. $p \vee r \equiv 0$ ise $p \wedge q \equiv 0$

III. $p \wedge 1 \equiv 1$ ise $p \vee q \equiv 1$

IV. $p' \vee q' \equiv 0$ ise $(p \vee q') \vee r \equiv 1$

Buna göre, verilenlerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
 D) I ve III E) II, III ve IV

1. "Dün sinemaya gittim ve derslerime çalışmadım." önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) "Dün sinemaya gitmedim ve derslerime çalıştım."
 B) "Dün sinemaya gitmedim veya derslerime çalışmadım."
 C) "Dün sinemaya gittim ve derslerime çalıştım."
 D) "Dün sinemaya gitmedim veya derslerime çalıştım."
 E) "Dün sinemaya gittim veya derslerime çalıştım."

2. $p' \vee (q \wedge r)' \equiv 0$

olduğuna göre, p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 1, 1) B) (1, 1, 0) C) (0, 0, 1)
 D) (0, 0, 0) E) (0, 1, 1)

3. $p' \vee (q \wedge p)$

bileşik önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p' \vee q$ B) $p \vee q'$ C) $p' \wedge q'$
 D) $p \wedge q'$ E) $p \vee q$

4. $(p \wedge q)' \vee p' \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p \wedge q \equiv 0$ B) $p' \vee q \equiv 1$ C) $p \equiv 0$
 D) $q \equiv 0$ E) $p \wedge q' \equiv 1$

5. $p: \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = x + y$

$$q: \sqrt{x^2 - 2x + 1} = |x - 1|$$

$$r: \sqrt[3]{4\sqrt{5}} = {}^{24}\sqrt{25}$$

önergeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $(p' \vee r) \wedge q \equiv 1$
 II. $(p \vee r)' \wedge (q' \wedge r) \equiv 0$
 III. $(p \vee q) \vee (r \vee q') \equiv 1$
 IV. $q' \vee (p \vee r) \equiv 1$

hangilerinin doğruluk değeri doğru verilmiştir?

- A) I ve II B) II ve III C) I, II ve III
 D) II, III ve IV E) I ve IV

6. $[p' \vee (p \wedge q')] \wedge q$

önergemesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \wedge q$ B) $p \wedge q'$ C) $p \vee q'$
 D) $p \wedge q$ E) $p' \vee q$

7. $(p' \vee q) \wedge (p \wedge q')$

önergemesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) p' C) 0 D) 1 E) $p \wedge q'$

8. $p \equiv 1$ $q' \equiv 1$ ve $r \equiv 1$

olduğuna göre, $(p' \wedge q) \vee (r' \wedge q')$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p' B) q' C) $r \vee q$
 D) $q' \vee 0$ E) $p \wedge 1$

1.

p	q	r	$(p' \vee r) \wedge q$
1	a	1	0
b	1	1	1
1	1	c	0

Yukarıdaki tabloya göre, a, b ve c nin doğruluk değerleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

	a	b	c
A)	0	0	1
<input checked="" type="radio"/> B)	0	1	0
C)	1	1	1
D)	1	0	0
E)	0	1	1

2. $[(p \vee r)' \wedge (p' \wedge q)]' \equiv 0$

olduğuna göre, p, q ve r önermeleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

	p	q	r
A)	1	0	1
B)	1	1	0
C)	0	0	1
<input checked="" type="radio"/> D)	0	1	1
E)	0	1	0

3. Tanım: Doğruluk değeri "1" olan önermelere "totoloji" denir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi totolojidir?

- A) $(p \vee p) \wedge (q \wedge q')$ B) $(p \vee p) \vee (q \wedge 0)$
 C) $(1 \vee 0)' \wedge (q \vee r)$ ☒ D) $(p \wedge p') \vee (r \vee r')$
 E) $(1 \wedge 0)' \vee (p' \vee 1)$

4. Tanım: Doğruluk değeri "0" olan önermelere çelişki denir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi çelişkidir?

- A) $(p' \vee q)' \vee (q' \wedge p)$ B) $(p' \vee p)' \vee (p \vee 1)$
 C) $(p' \wedge q) \vee (q' \vee p)$ D) $q' \vee (p \vee q)$
☒ E) $p \wedge [(p \wedge q) \vee p']$

5. p: "Bugün okula gittim ya da televizyon izledim." önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Bugün okula gittim veya televizyon izledim.
 B) Bugün okula gitmedim ve televizyon izledim.
☒ C) Bugün okul gitmedim ya da televizyon izledim.
 D) Bugün okula gitmedim ya da televizyon izlemedim.
 E) Bugün okula gitmedim ve televizyon izlemedim.

6. Gökay, Uğur ve Alican birlikte gömlek almaya gitmiştir. Mağazada gezdikten sonra Gökay üç, Uğur dört ve Alican'da iki çeşit gömlek almıştır.



Gökay

Uğur

Alican

- Gökay'ın seçtiği bir gömleği Alican'da seçmiştir.
- Uğur'un seçtiği bir gömleği Alican'da seçmiştir.
- Gökay ve Uğur hiç aynı gömlek seçmemiştir.

Buna göre, mağaza görevlisi kaç çeşit gömlek satmıştır?

- A) 3 B) 4 C) 6 ☒ D) 7 E) 8

MANTIK - III

Koşullu Önerme (\Rightarrow)

TANIM

- ➔ $p \Rightarrow q$ gerektirmesinde p ; q için **yeter koşul**,
 q ; p için **gerek koşuldur**.

Koşullu Önermenin Özellikleri

TANIM / BİLGİ

- ➔ $p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu koşullu önermeye **gerektirme** denir.
- ➔ $(p \Rightarrow q) \equiv (p' \vee q)$
- ➔ $(p \Rightarrow q)' \equiv (p \wedge q')$
- ➔ $(p \Rightarrow q) \equiv (q' \Rightarrow p')$

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

ÖRNEK 1

$p \equiv 0$, $q \equiv 1$, $r \equiv 1$ olmak üzere, aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- I. $(p' \Rightarrow q') \wedge (q \Rightarrow r)'$
- II. $[p \wedge (q \Rightarrow r)] \vee (r' \Rightarrow p)$

$$\begin{aligned} \text{I. } (1 \Rightarrow 0) \wedge (1 \Rightarrow 1)' &= 0 \wedge 0 \equiv 0 \\ \text{II. } [0 \wedge (1 \Rightarrow 1)] \vee (0 \Rightarrow 0) \\ &= [0 \wedge 0] \vee 1 = 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK 2

$$[(p' \vee q) \Rightarrow 1] \Rightarrow (0 \vee q)$$

önermesinin en sade hâlini bulunuz.

$$\begin{aligned} [(p' \vee q) \Rightarrow 1] &\Rightarrow (0 \vee q) \\ &\equiv [(p' \vee q)' \vee 1] \Rightarrow (0 \vee q) \\ &\equiv [(\underline{p' \vee q})' \vee 1]' \vee (0 \vee q) \\ &\equiv 0 \vee (0 \vee q) \equiv 0 \vee q \equiv q \end{aligned}$$

ÖRNEK 3

Aşağıdaki denkliklerin doğruluk tablolarını yapınız.

- I. $(p \Rightarrow p') \equiv p'$ II. $(p \Rightarrow 0) \equiv p'$

I.

p	p'	$p \Rightarrow p'$
1	0	0
0	1	1

II.

p	p'	$p \Rightarrow 0$
1	0	0
0	1	1

ÖRNEK 4

$[(p' \vee q)' \Rightarrow r'] \equiv 0$ olduğuna göre,

$$[(p \Rightarrow q)' \wedge r] \vee p'$$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

$$\begin{aligned} [(p' \vee q)' \Rightarrow r'] &\equiv 0 \quad r \equiv 1 \\ \underline{1} \quad \underline{0} \\ p' \vee q &\equiv 0 \\ p &\equiv 1, q \equiv 0 \\ \text{Buna göre,} \\ [(p \Rightarrow q)' \wedge r] \vee p' \\ &= [(1 \Rightarrow 1) \wedge 1] \vee 0 \\ &= [1 \wedge 1] \vee 0 \equiv 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK 5

$$p : x^2 = 4x - 4$$

$$q : 2x + 5y = 19$$

$$r : y = 6$$

önermeleri veriliyor. Buna göre, aşağıdaki önermelerin doğruluk değerini bulunuz.

- a. $(p \wedge r) \Rightarrow q$ b. $(p \wedge r) \Rightarrow q'$

$$\begin{aligned} x^2 &= 4x - 4, \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \text{ için } x = 2 \text{ dir.} \\ \text{a) } r &= 6 \text{ olduğuna göre, } 2x + 5y = 19 \text{ eşitliği yanlış olur. } 2 \cdot 2 + 5 \cdot 6 = 34 \\ \text{b) } x &= 2 \text{ ve } y = 6 \text{ için } 2x + 5y \neq 19 \text{ (} p \wedge r \text{) } \Rightarrow q' \text{ önermesi doğrudur.} \end{aligned}$$

1. $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) p' C) q
D) q' E) $p \wedge q'$

2. $(p \Rightarrow q') \wedge (p' \wedge q)'$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) q C) q' D) p' E) 1

3. $(p' \vee r) \Rightarrow r' \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $r' \vee p \equiv 1$ B) $r \wedge p' \equiv 0$ C) $r \Rightarrow p \equiv 1$
D) $r \vee p \equiv 0$ E) $r' \wedge p \equiv 0$

4. $[(p' \wedge q) \vee q']' \Rightarrow (p \wedge q') \equiv 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $p' \wedge q \equiv 0$ B) $p \wedge q' \equiv 1$ C) $p' \vee q \equiv 0$
D) $p \vee q \equiv 1$ E) $p \wedge q \equiv 0$

5. $(p \wedge r') \Rightarrow (q \Rightarrow s) \equiv 0$

olduğuna göre, p, q, r ve s önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1, 1, 0, 0$ B) $1, 0, 1, 1$ C) $0, 0, 1, 1$
D) $0, 1, 0, 1$ E) $1, 1, 1, 0$

6. $p \Rightarrow (p' \vee q) \equiv 0$ olduğuna göre,

$(p \wedge q) \vee q'$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p' \vee q$ B) $p' \wedge q'$ C) $q' \wedge p$
D) $(p' \vee p)'$ E) $(p' \vee q')'$

7. x, y ve z sıfırdan farklı bir gerçel sayı olmak üzere,

$p : x + y < 0$

$q : x + z = 0$

$r : z > 0$

önermeleri veriliyor.

$(p \wedge q) \Rightarrow r'$ önermesi yanlış olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $|x| = |z|$ B) $z > x^3$ C) $y + z < 0$
D) $y \cdot z \geq 0$ E) $y^2 \cdot z < 0$

8. $p : a = 0$ ve $q : b \neq 0$ önermeleri veriliyor.

Her a ve b gerçel sayıları için,

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ ve $p \wedge q \equiv 1$ denklği sağlanmaktadır.

Buna göre,

$m : a + b \neq 0$

$r : a^2 - b^2 > 0$

$t : a \cdot b = 0$

verilen önermelerden hangilerinin doğruluk değeri "1" dir?

- A) Yalnız m B) m ve r C) m ve t
D) r ve t E) m, r ve t

MANTIK - IV

Koşullu Önerme Çeşitleri

TANIM / BİLGİ

 $p \Rightarrow q$ önermesinin

- karşıtı : $q \Rightarrow p$
- tersi : $p' \Rightarrow q'$
- karşıt tersi : $q' \Rightarrow p'$ dir.

UYARI

Bir önermenin karşıt tersi kendisine eşdeğerdir.

ÖRNEK 1

"ABCD bir kare ise ABCD bir dikdörtgendir." önermesinin karşıtını, tersini, karşıt tersini bulunuz.

p: ABCD bir karedir.
 q: ABCD bir dikdörtgendir.
 Karşıtı: ABCD dikdörtgen ise ABCD karedir.
 Ters: ABCD kare değilse ABCD dikdörtgen değildir.
 Karşıt tersi: ABCD dikdörtgen değilse ABCD kare değildir.

ÖRNEK 2

Aşağıdaki bileşik önermelerin karşıtını, tersini ve karşıt tersini bulunuz.

I. $q' \Rightarrow p$

II. $p' \Rightarrow q'$

- I. Karşıtı: $p \Rightarrow q'$, tersi: $q \Rightarrow p'$, karşıt tersi: $p' \Rightarrow q$
 II. Karşıtı: $q' \Rightarrow p'$, tersi: $p \Rightarrow q$, karşıt tersi: $q \Rightarrow p$

İki Yönlü Koşullu Önerme (\Leftrightarrow)

TANIM / BİLGİ

➤ $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ bileşik önermesine **iki yönlü koşullu önerme** denir.

 $p \Leftrightarrow q$ biçiminde gösterilir.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

ÖRNEK 3

 $p \equiv 1$, $q \equiv 0$ olmak üzere

$(p \wedge q')' \Leftrightarrow [p' \Rightarrow (p \vee q)']$

ifadesinin doğruluk değerini bulunuz.

$$\begin{aligned} (1 \wedge 1)' &\Leftrightarrow [0 \Rightarrow (1 \vee 0)'] \\ &= 0 \Leftrightarrow [0 \Rightarrow 0] \\ &= 0 \Leftrightarrow 1 \equiv 0 \end{aligned}$$

ÖRNEK 4

$p' \wedge (q \Rightarrow r)' \equiv 1$

olduğuna göre, $p \Leftrightarrow (q' \wedge r)$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

$$\begin{aligned} p' \wedge (q \Rightarrow r)' &\equiv 1 & p &\equiv 0 \\ 1 & \quad 1 & q \Rightarrow r &\equiv 0 \\ & & q &\equiv 1, r \equiv 1 \\ p &\Leftrightarrow (q' \wedge r) \\ &\equiv 0 \Leftrightarrow (0 \wedge 1) \\ &\equiv 0 \Leftrightarrow 0 \equiv 1 \end{aligned}$$

1. Karşıtı: ABCD dikdörtgen ise ABCD karedir. Ters: ABCD kare değilse ABCD dikdörtgen değildir. Karşıt ters: ABCD dikdörtgen değilse ABCD kare değildir. 2. I. Karşıtı: $p \Rightarrow q'$, tersi: $q \Rightarrow p'$, karşıt tersi: $p' \Rightarrow q$ II. Karşıtı: $q' \Rightarrow p'$, tersi: $p \Rightarrow q$, karşıt tersi: $q \Rightarrow p$

ÖRNEK 5

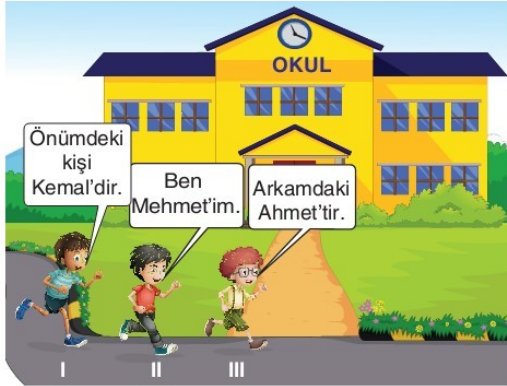
Okula gitmek üzere evden çıkarken gözlüklerinizin olmadığını fark ediyorsunuz.

Aşağıdaki bütün cümlelerin doğru olduğunu bildiğinize göre, gözlükleriniz nerededir?

- Gözlüklerim mutfak masasında ise onları kahvaltı masasında gördüm.
- Oturma odasında gazete okudum veya mutfakta gazete okudum.
- Oturma odasında gazete okuduysam gözlüklerim sehanın üzerindedir.
- Gözlüklerimi kahvaltı masasında görmedim.
- Gazeteyi mutfakta okuduysam, gözlüklerim mutfak masasındadır.

Gözlükler kahvaltı masasında olmadığına göre oturma odasındadır. Mutfakta değildir.

ÖRNEK 6



Yukarıda derse yetişmek için koşan üç öğrenci görmektesiniz. Bu öğrencilerden biri Ahmet, biri Mehmet diğeri Kemal'dir. Ahmet akıllı bir çocuk olup daima doğruyu söyler. Mehmet bazen doğru söyler. Kemal ise hiçbir zaman doğru söylemez.

Akıllı yürütme yöntemiyle, I, II ve III numaralı öğrencilerin sırasıyla kim olduklarını bulunuz.

İPUCU: Önce kimin Ahmet olduğunu bulmaya çalışınız.

Ahmet hep doğru söylediği için I. kişi Ahmet'tir. Kemal hiçbir zaman doğru söylemediği için II. kişi Kemal'dir. III. kişi ise Mehmet'tir.

ÖRNEK 7

Aşağıdaki kutucuklara öyle bir 10 basamaklı sayı yazınız ki, aşağıdaki koşullar sağlansın.

- 1. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "0" sayısını göstere.
- 2. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "1" sayısını göstere.
- 3. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "2" sayısını göstere.
- 4. kutudaki rakam, sayıyı yazarken, kullanılan toplam "3" sayısını göstere.
- 5. kutudaki rakam, sayıyı yazarken, kullanılan toplam "4" sayısını göstere.
- 6. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "5" sayısını göstere.
- 7. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "6" sayısını göstere.
- 8. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "7" sayısını göstere.
- 9. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "8" sayısını göstere.
- 10. kutudaki rakam, sayıyı yazarken kullanılan toplam "9" sayısını göstere.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	2	1	0	0	0	1	0	0	0

ÖRNEK 8

Ünlü dedektif Ahmet çok tuhaf görünen bir cinayeti aydınlatmak için Bay L nin malikânesine çağrılır.

Cinayetin işlendiği malikânede araştırma yapan dedektif, şu ipuçlarına ulaşır:

- Bay L, başına piringten bir mumlukla vurularak öldürülmüştür.
- Cinayetin işlendiği sırada Bayan L veya hizmetçi yemek odasıdır.
- Aşçı cinayet anında mutfaktaysa evin baş uşağı Bay L yi zehirleyerek öldürmüştür.
- Bayan L cinayet anında yemek odasıdaysa, Bay L yi şoförü öldürmüştür.
- Cinayet anında aşçı mutfakta değilse, hizmetçi de yemek odasında değildir.
- Hizmetçi cinayet sırasında yemek odasıdaysa, Bay L yi kâhya öldürmüştür.

Buna göre, bay L nin tek bir ölüm nedeni olduğunu kabul edersek, katilin kim olduğunu bulunuz.

Bay L zehirlenerek ölmediği için aşçı mutfakta değildir. Dolayısıyla hizmetçi yemek odasında değildir. Hizmetçi yemek odasında değilse orada sadece Bayan L kalır. Bayan L yemek odasında olduğu için cinayeti şoför işlemiştir.

ÖRNEK 9

Mehmet'in mavi, yeşil ve kırmızı renklerde taksi, otobüs ve uçak olmak üzere, üç oyuncacı vardır.

Aşağıdaki önermelerden yalnızca bir tanesi doğrudur.

p: "Taksi kırmızıdır."

q: "Otobüs kırmızı değildir."

r: "Uçak mavi değildir."

Buna göre, bu oyuncakların renklerini bulunuz.

Sağlayan tek bir durum vardır.
 $p \equiv 0, q \equiv 0, r \equiv 1$
 otobüs kırmızı, uçak yeşil, taksi mavi renktedir.

ÖRNEK 10

Ece, Kutay, Emre ve Zeynep isimindeki dört arkadaş birlikte sinema bileti alacaklardır. Gişeye gittiklerinde yalnızca 2 tane tekli koltuğun yanı sıra, boş olduğunu 1 tane de iki kişilik koltuğun boş olduğunu öğreniyorlar.

Aralarında aşağıdaki gibi bir diyalog geçiyor.

Ece: Kutay ile iki kişilik koltukta oturmam.

Emre: Ya tek kişilik koltuklardan birinde otururum ya da Zeynep'le iki kişilik koltukta yan yana otururum.

Zeynep: Ece veya Emre ile iki kişilik koltukta yan yana oturmam.

Ece tek kişilik koltukta oturduğuna göre,

- Zeynep ve Emre iki kişilik koltukta oturmuştur.
- Emre tek kişilik koltukta oturmuştur.
- Emre veya Kutay tek kişilik koltukta oturmuştur.

önergelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve III C) Yalnız III
 D) Yalnız II E) II ve III

Ece'nin tek kişilik koltukta oturduğu biliniyor. Zeynep, Ece veya Emre ile iki kişilik koltukta oturmadığına göre, Emre tek kişilik koltukta oturuyor. Zeynep ise Kutay ile iki kişilik koltukta oturuyor.
 Buna göre, II. ve III. yargılar doğrudur.

ÖRNEK 11

İzmir Alsancak'ta kimliği belirsiz kişi veya kişiler tarafından bir gasp olayı yaşanmıştır. Olay için delilleri toplayan polisler Eren, Ömer ve Çağlar adlı şüphelileri göz altına alarak aşağıdaki çıkarımlara ulaşmıştır.

- Eren ve Ömer suçlu ise Çağlar suçludur.
- Çağlar veya Eren suçsuzdur.
- Eren suçludur veya Çağlar suçsuzdur.

Buna göre, hangi kişi veya kişiler suçsuzdur?

- A) Çağlar B) Ömer ve Eren
 C) Çağlar ve Ömer D) Eren
 E) Ömer

Verilen bilgilere göre, Çağlar'ın suçlu olması Eren ve Ömer'in suçlu olmasına bağlıdır. II. ve III. yargılar birlikte düşünüldüğünde Çağlar'ın suçsuz olduğu ortaya çıkıyor.

Niceleyiciler

TANIM / BİLGİ

- "Her" bütün anlamına gelir. Evrensel niceleyici olarak da bilinir. " \forall " sembolü ile gösterilir.
- "Bazı" en az bir anlamına gelir. Varlıksal niceleyici olarak da bilinir. " \exists " sembolü ile gösterilir.

Niceleyicilerin Olumsuzları

- $\forall \rightarrow \exists$
- $\exists \rightarrow \forall$
- $\vee \rightarrow \wedge$
- $\wedge \rightarrow \vee$
- $= \rightarrow \neq$
- $\geq \rightarrow <$
- $< \rightarrow \geq$

Açık Önerme: İçinde değişken bulunan ve değişkenlere verilen değerler için doğru ya da yanlış önermeye dönüşen ifadeler **açık önerme** denir.

UYARI

Açık önermeler, niceleyiciler yardımıyla önerme haline gelir.

ÖRNEK 12

$$M(x) : x^2 - x - 6 > 0$$

açık önermesi için $M(-4)$, $M(0)$, $M(5)$ önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

$$\begin{aligned} M(-4) &= (-4)^2 - (-4) - 6 > 0, M(-4) = 14 > 0 \text{ (Doğru)} \\ M(0) &= 0^2 - 0 - 6 > 6 \text{ (Yanlış)} M(0) = -6 > 6 \text{ (Yanlış)} \\ M(5) &= 5^2 - 5 - 6 > 0 \text{ (Doğru)} 14 > 0 \text{ (Doğru)} \end{aligned}$$

ÖRNEK 13

p, q, r ve s birer önermedir.

$$M(q) = \begin{cases} 1, & q \text{ doğru ise} \\ 0, & q \text{ yanlış ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

$$M(a) = 1 \text{ ve } a = (p \wedge r) \Rightarrow s$$

$$M(b) = 0 \text{ ve } b = r \vee (s \Rightarrow p)$$

olduğuna göre, $M(p \wedge r) + M(r \vee s) + 3.M(p \Rightarrow s)$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} (p \wedge r) \Rightarrow s &\equiv 1 \\ r \vee (s \Rightarrow p) &\equiv 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s &\equiv 1 \\ p &\equiv 0 \\ r &\equiv 0 \end{aligned} \\ M(p \wedge r) + M(r \vee s) + 3M(p \Rightarrow s) \\ M(0 \wedge 1) + M(0 \vee 1) + 3M(0 \Rightarrow 1) \\ = M(0) + M(1) + 3M(1) = 0 + 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

ÖRNEK 14

Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerini bulunuz.

- $[(\exists x \in \mathbb{R}, x = 2) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, 3x + 1 = 7)] \equiv 1$
- $[(\exists x \in \mathbb{R}, |x| = -x) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 0)] \equiv 1$

I. Önermenin doğruluk değeri 1 dir.

$$x = 2 \text{ için } 3.2 + 1 = 7$$

II. Önermenin doğruluk değeri 1 dir.

$$|x| = -x \text{ ise } x \leq 0 \text{ ve } x^2 = 0$$

ÖRNEK 15

Aşağıdaki önermelerin olumsuzlarını yazınız.

- $[\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 \leq 0] \vee [\exists x \in \mathbb{Z}, x + 1 < 0]$
- $[\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 < 0] \wedge [\forall x \in \mathbb{Z}, x + 1 < 0]$

I. $[\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 > 0] \wedge [\forall x \in \mathbb{Z}, x + 1 \geq 0]$

II. $[\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 \geq 0] \wedge [\exists x \in \mathbb{Z}, x + 1 \geq 0]$

ÖRNEK 16

$$p : 3x - 6 = 0$$

$$q : x \cdot y = 0$$

$$r : 6x + y \neq 0$$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $(p \wedge q) \Rightarrow r$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

$(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv 1$ önermesi için $x = 2, y = 0$ olduğu için,

$6x + y \neq 0$ önermesi doğrudur.

Tanım, Aksiyom, Teorem

TANIM

TANIM: Bir terimi anlamları daha önceden bilinen terimler yardımıyla ifade etmeye **tanım** denir. İyi bir tanım, herkes için açık, anlaşılır ve tutarlı olmalı, aynı türden kavramları kapsamalı, aynı türden olmayan kavramları dışarıda bırakmalıdır.

AKSİYOM: Mantık ve matematikte teorem ispatında öncül işlevi gören, doğruluğu açık ve seçik olan, bu nedenle ispatına gerek duyulmayan önermelere **aksiyom** denir.

TEOREM: Doğruluğu ispatlanması gereken önermelere **teorem** denir. Bir teoremin verilen kısmına hipotez (varsayım), ispatlanacak olan kısmına **hüküm (yargı)** denir.

$p \Rightarrow q$ teoremi için,

p , teoremin hipotezi

q ise teoremin hükmüdür.

ÖRNEK 18

Aşağıdakilerden hangileri aksiyomdur?

- Aynı düzlemde kesişmeyen doğrular paraleldir.
- Tüm dik açılar ölçüleri birbirine eşittir.
- Bir üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri kenarların uzunluklarının kareleri toplamı hipotenüs uzunluğuna eşittir.

I ve II aksiyomdur.
III. teorem belirtir.

ÖRNEK 17

Aşağıdaki terimlerin tanımlarını yapınız.

- a. Alan b. Açortay c. Analitik düzlem

Alan: Bir yüzey parçasının ölçüsüdür. Bir yüzeye ait olan birim yüzeye sayısını gösteren ölçüdür.

Açortay: Başlangıç noktası açının köşesi olan ve açının kenarlarıyla eş açılar oluşturan ışındır.

Analitik Düzlem: Üzerine koordinat sistemi yerleştirilmiş düzlemdir.

ÖRNEK 19

Aşağıda verilmiş olan ifadelerin hangisinin tanım, hangisinin aksiyom ve hangisinin teorem olduğunu belirtiniz.

- p : En küçük doğal sayı sıfırdır.
 q : Bir noktadan sonsuz doğru geçer.
- Doğru ya da yanlış kesin hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir.
- x ve y çift tam sayı ise $x + y$ toplamı çift tam sayıdır.

- Teorem ispatına öncülük eden ifadeler olduğu için aksiyom belirtir.
- Herkes için açık ve anlaşılır olan ve bilinen terimler yardımıyla ifade edildiği için tanımdır.
- Hipotez ve hükümden oluştuğu için teoremdir.

17. Alan: Bir yüzeye ait olan birim yüzey sayısını gösteren ölçüdür. Açortay: Başlangıç noktası açının köşesi olan ve açının kenarlarıyla eş açılar oluşturan ışındır. Analitik Düzlem: Üzerine koordinat sistemi yerleştirilmiş düzlemdir.

1. "Bir hayvan geyik ise dört ayaklıdır." önermesinin karşıt tersi nedir?

A) "Bir hayvan dört ayaklı ise geyiktir."
 B) "Bir hayvan geyik değil ise dört ayaklı değildir."
 C) "Bir hayvan dört ayaklı değil ise geyik değildir."
 D) "Bir hayvan dört ayaklı değil ise geyiktir."
 E) "Bir hayvan geyik değil ise dört ayaklıdır."

2. $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $p \Rightarrow q$ B) $q \Rightarrow p$ C) $q' \Rightarrow p$
 D) $q \Rightarrow p'$ E) $q' \Rightarrow p'$

3. p : " $x = 8$ "

q : " $x + 3 = 11$ "

önergeleri veriliyor.

Buna göre, $p' \Rightarrow q$ önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x = 8$ ve $x + 3 > 11$
 B) $x = 8$ ise $x + 3 = 11$
 C) $x \neq 8$ ise $x + 3 = 11$
 D) $x = 8$ veya $x + 3 < 11$
 E) $x \neq 8$ ve $x + 3 \neq 11$

4. p : " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $3x \in \mathbb{Z}$ "

q : " $\exists x \in \mathbb{R}$ için $x^2 = -1$ "

r : " $\forall x \in \mathbb{Z}$ için $2x + 1$ tek sayıdır."

önergeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $(p \Rightarrow r) \wedge q$ II. $(r' \Leftrightarrow q) \vee p$
 III. $(p \Rightarrow q) \wedge r'$ IV. $(p' \Rightarrow r) \vee q'$
 V. $(p' \Rightarrow q') \wedge r$

verilen önergelerin kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. I. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$

II. $\exists x \in \mathbb{R}, (x - 3)(x + 7) \leq 0$

III. $\exists x \in \mathbb{R}, |x - 5| \leq 0$

IV. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 4x + 3 > 0$

V. $\exists x \in \mathbb{R}, 2x - 5 = 8$

Yukarıda verilen önergelerin kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. p : " $\exists x \in \mathbb{Z}$ için $2x$ asal sayıdır."

q : " $\forall x \in \mathbb{N}$ için $4x + 1$ doğal sayıdır."

r : " $\exists x \in \mathbb{Z}$ için $3x - 5 \notin \mathbb{Z}$ " önergeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki denliklerden hangisi doğrudur?

A) $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow p') \equiv 1$

B) $(p \Leftrightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv 1$

C) $(p' \Leftrightarrow r) \wedge (p \Rightarrow q) \equiv 0$

D) $(p \Rightarrow r') \Leftrightarrow (p \wedge r) \equiv 1$

E) $(q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q') \equiv 1$

7. $\left[\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + a > 5 \right] \vee \left[\exists x \in \mathbb{Z}, 3x - 2 = 7 \right]$

önergemesinin doğruluk değeri 1 olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -10 B) -8 C) -6 D) -5 E) -3

8. $(\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 + 1 > 0) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R} \text{ için } x < 0)$

önergemesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 + 1 > 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } x < 0)$

B) $(\exists x \in \mathbb{R} \text{ için } x < 0) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 + 1 > 0)$

C) $(\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } x \geq 0) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 + 1 \leq 0)$

D) $(\exists x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 + 1 \leq 0) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } x \geq 0)$

E) $(\exists x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 + 1 \leq 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{R} \text{ için } x < 0)$

1. $(p \Rightarrow r) \wedge (r' \Leftrightarrow p) \equiv 1$ ise

$$(p' \vee r) \wedge r$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) r' B) p C) r
D) $p \wedge r$ E) $r' \vee p$

2. $(p \vee q') \Leftrightarrow (p' \wedge q') \equiv 1$ ise $(p' \wedge q) \vee q'$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denk değildir?

- A) $(p \vee q)'$ B) 1 C) $p \vee q'$
D) q' E) $p \wedge q$

3. $(p' \wedge r) \Rightarrow (r' \vee q) = 0$ ise

$$(p' \vee q) \Leftrightarrow r$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) r B) p C) q
D) $p \wedge p'$ E) $p \vee q$

4. $[p \Leftrightarrow (q \vee p)]' \Leftrightarrow (p \wedge p') \equiv 0$ olduğuna göre,

$$(p' \vee q) \Leftrightarrow (p \vee q')$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \vee q$ B) $p' \vee q$ C) $p \wedge q$
D) $p' \wedge q$ E) $p' \vee q'$

5. $[(p \wedge q') \wedge (p' \vee q)] \Leftrightarrow [(q' \wedge p) \vee (q \vee p')]$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) $p \Rightarrow q$
D) $p \Leftrightarrow q$ E) $p' \vee q$

6. I. $[\forall x \in \mathbb{N}, x+5 > -7] \vee [\exists x \in \mathbb{N}, \frac{x+3}{2} = \frac{5}{3}]$

II. $[\forall x \in \mathbb{Z}, 3x+1 = 8] \wedge [\exists x \in \mathbb{R}, x = 3]$

III. $[\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \geq 0] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{R}, |x+3| \leq 6]$

IV. $[\forall x \in \mathbb{R}, x^3 - x < 0] \Leftrightarrow [\exists x \in \mathbb{N}, x^2 + 3x + 2 = 0]$

V. $[\exists x \in \mathbb{R}, |x-3| < -2] \vee [\forall x \in \mathbb{N}, x^2 \geq 0]$

Yukarıda verilen önermelerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. p: " $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x^2+1} < 0$ " ve

q: " $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 1$ " önermeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $(p' \vee q) \wedge p \equiv q$

II. $(p \Rightarrow q)' \vee p \equiv p'$

III. $(p \Rightarrow q') \Rightarrow p \equiv q$

IV. $(p' \vee q') \Leftrightarrow q' \equiv p'$

V. $(q \wedge p') \Leftrightarrow p' \equiv q'$

verilenlerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $[\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - 3 > 0] \wedge [\forall x \in \mathbb{Z}, x+3 \neq \frac{1}{2}]$

önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - 3 < 0] \vee [\forall x \in \mathbb{Z}, x+3 = \frac{1}{2}]$

B) $[\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - 3 \leq 0] \vee [\exists x \in \mathbb{Z}, x+3 = \frac{1}{2}]$

C) $[\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - 3 > 0] \vee [\exists x \in \mathbb{Z}, x+3 = \frac{1}{2}]$

D) $[\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - 3 > 0] \vee [\forall x \in \mathbb{Z}, x+3 = \frac{1}{2}]$

E) $[\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - 3 \geq 0] \vee [\exists x \in \mathbb{Z}, x+3 \neq \frac{1}{2}]$

1. $(p' \vee q)' \Rightarrow r' \equiv 0$ olduğuna göre,

$$[(p \Rightarrow q') \wedge r] \vee p'$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- (A) 1 B) r' C) p' D) 0 E) q

2. $[(p \wedge q') \Rightarrow (p \vee q)] \wedge (p' \vee q)' \equiv 1$

olduğuna göre, $(p' \vee q) \wedge p$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p B) q' (C) $p \wedge p'$
D) $p \vee q$ E) $q \vee q'$

3. $M(x)$: "3x + 5 sayısı 4 ün tam katıdır."

açık önermesi için aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri diğerlerinden farklıdır?

- A) $M(1)$ B) $M(9)$ C) $M(-11)$
(D) $M(3)$ E) $M(-3)$

4. $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ olmak üzere

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (p' \vee q')] \Rightarrow A \equiv p$$

olduğuna göre, A aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \Leftrightarrow q$ B) $(p' \vee q') \wedge p$
C) $p \Rightarrow (p \wedge q)$ (D) $(p' \wedge q) \vee q$
E) $(p \Rightarrow q) \wedge q'$

5.
$$\left. \begin{aligned} p(x,y) : x+y=3 \\ q(x,y) : x-y=1 \\ r(x,y) : x^2-y^2=3 \end{aligned} \right\}$$

önergeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki önergelerden hangisinin doğruluk değeri kesinlikle 1 dir?

- A) $p \Rightarrow r$ B) $(p \vee q) \Rightarrow r$ C) $p \Leftrightarrow q$
(D) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ E) $r \Rightarrow (p \wedge q)$

6. "Bir çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 180° ise bu çokgen üçgendir." önermesinin karşıtı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Bir çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 180° değilse, bu çokgen üçgen değildir.
B) Bir çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 180° ise bu çokgen üçgen değildir.
(C) Bir çokgen üçgense, bu çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 180° dir.
D) Bir çokgen üçgen değilse, bu çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 180° değildir.
E) Bir çokgen üçgense, bu çokgenin iç açıları ölçüleri toplamı 180° değildir.

7. $p : k = 0$

$$q : m = 0$$

önergeleri veriliyor.

Buna göre, k ve m tam sayıları için,

- I. $k \cdot m = 0$
II. $k - m = 0$
III. $k \neq m$

önergelerinden hangileri $p \vee q$ önermesine denktir?

- (A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

8. $(p' \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q')$

önergemesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $p' \wedge q$ C) $p' \vee q'$
D) $p' \vee q$ (E) 1

1. $(p' \wedge q)' \wedge (p' \wedge q) \equiv p$ ve $p \wedge r \equiv 0$ olduğuna göre, p , q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?

(A) 0, 1, 1 B) 1, 1, 1 C) 1, 0, 1
D) 0, 0, 0 E) 0, 0, 1

2. $[(p' \wedge r) \vee (p \Rightarrow r')] \Leftrightarrow (p \wedge r)$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $p' \wedge r$ B) $p \vee r'$ C) $p \wedge r$
D) 1 E) 0

3. $(p' \Leftrightarrow r) \Rightarrow (q' \vee p) \equiv 0$ olduğuna göre, $(p' \wedge r) \Rightarrow (q \vee r')$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) $p \wedge q$ B) $p \vee r$ C) $q' \vee r'$
D) $q' \wedge p$ E) $r' \wedge p$

4. $p: " \forall x \in (-\infty, 5) \text{ ise } x^2 < 25 "$

$q: " \forall x \in \mathbb{R} - \{3\} \text{ ise } x^2 \neq 9 "$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A) $p' \wedge q$ B) $p \vee q$ C) $p \Rightarrow q$
D) $p' \Rightarrow q$ E) $p' \Leftrightarrow q$

5. I. $[(q \Rightarrow p')' \Rightarrow p] \equiv [(q \wedge p') \Rightarrow p']$

II. $[(p \Rightarrow q') \Rightarrow p'] \equiv [p \Rightarrow (p \wedge q)]$

III. $[(p \wedge q)' \Rightarrow p] \equiv [(p \vee q)' \Rightarrow p']$

Yukarıdaki denkliliklerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

6. $[(q' \wedge 1) \Leftrightarrow (p \vee 1)]' \Rightarrow (p \wedge q)$

önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

(A) $p \vee q'$ B) $p' \wedge q$ C) $p \wedge q'$
D) $p' \vee q$ E) $p \vee q$

7. $p \Rightarrow (p \Rightarrow q')$

önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $p' \wedge q$ B) $p \wedge q'$ C) $p \wedge q$
D) $p' \vee q$ E) $p' \vee q'$

8. A ve B isimli iki kişiden biri pazartesi, salı ve çarşamba günleri yalan söylemekte, haftanın diğer günlerinde doğruyu söylemektedir. Diğeri ise perşembe, cuma ve cumartesi günleri yalan söylemekte, haftanın diğer günlerinde ise doğruyu söylemektedir.

Bir öğle vakti A ve B kişileri arasında;

A: Ben cumartesi günleri yalan söylerim.

B: Ben yarın yalan söyleyeceğim.

A: Ben pazar günleri yalan söylerim.

konusması geçtiğine göre, bu konuşma haftanın hangi günü yapılmıştır?

A) Pazartesi B) Çarşamba C) Perşembe
D) Cumartesi E) Pazar

1. Aşağıdakilerden hangisi bir önermedir?

- A) Keşke yarın tatil olsaydı.
 B) 6 asal sayıdır.
 C) Kırmızı kalem ver.
 D) Elif ile ders çalışalım.
 E) Bodrum güzel bir tatil merkezi midir?

2. $p \equiv 0$, $q \equiv 1$, $r \equiv 1$ olduğuna göre,

$$[(q \Rightarrow r') \wedge (p \vee r)]'$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) q B) $q \Rightarrow p$ C) r'
 D) 0 E) p

3. $(p \Rightarrow q) \vee r' \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $r \equiv 0$ B) $p \equiv 0$ C) $q \equiv 1$
 D) $r' \Rightarrow q \equiv 1$ E) $(p' \vee q) \Leftrightarrow r \equiv 1$

4. $P(x, y) : "3x - 2y = 8"$ açık önermesi için,

$$P(2, y) \equiv 1$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $P(x, y) : "3x - 2y \geq 8"$

açık önermesi için aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri diğerlerinden farklıdır?

- A) $P(-2, 3)$ B) $P(1, 2)$ C) $P(-3, 4)$
 D) $P(2, 1)$ E) $P(0, -4)$

6. $[\forall x \in \mathbb{Z}, x = |x|] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0]$

önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[\forall x \in \mathbb{Z}, x \neq |x|] \Rightarrow [\exists x \in \mathbb{R}, x > 0]$
 B) $[\exists x \in \mathbb{Z}, x = |x|] \Rightarrow [\exists x \in \mathbb{R}, x < 0]$
 C) $[\exists x \in \mathbb{Z}, x \neq |x|] \Rightarrow [\exists x \in \mathbb{R}, x < 0]$
 D) $[\forall x \in \mathbb{Z}, x = |x|] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{R}, x = 0]$
 E) $[\exists x \in \mathbb{Z}, x = |x|] \Rightarrow [\exists x \in \mathbb{R}, x > 0]$

7. $(p \vee q)'$

önermesi yanlış bir önerme olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $p \Rightarrow q'$ B) $p \Leftrightarrow q'$ C) $p' \wedge q$
 D) $p \wedge q$ E) $q \Rightarrow p$

1. $p : \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ve $\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = k$ olduğuna göre,

$$\frac{h_a}{h_d} = \sqrt{k} \text{ dir.}$$

q : "Bir sayının onlar basamağındaki rakam, o sayının 100 ile bölümünden kalandır."

r : "En küçük asal sayı 1 dir."

önergeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $(p \wedge r) \vee q$
- II. $(p \wedge q) \vee r$
- III. $(p \wedge q)' \wedge (p \vee r)$
- IV. $p \wedge (q \vee (p \wedge r))$
- V. $(p \wedge r)' \wedge (p \vee q')$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 **D) 4** E) 5

2. $p \vee (p' \wedge (p \vee (p' \wedge (p \vee (p' \wedge \dots (p \vee (p' \wedge 1))))))$

öngemesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 1** B) 0 C) p
D) p' E) Bilinemez.

3. I. $x \cdot y = 0 \Rightarrow x = 0 \vee y = 0$
II. $1 \leq 1 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R} \text{ için } x^2 - 1 \neq 4$
III. $\forall x \in \mathbb{N} \text{ için } x^2 + 1 > 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{Z} \text{ için } 2x + 3 < 0$
IV. abc üç basamaklı sayısı 9 ile bölünebilir ise $a + b + c$ toplamı 9 un katıdır.
V. 15 ile bölünebilen üç basamaklı 60 tane doğal sayı vardır.

Yukarıda verilen öngemelerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 **E) 5**

4. I. $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \vee x = -2$

II. x asal sayı $\Rightarrow 3x + 5$ tek doğal sayıdır.

III. Bir çemberin çevresi x, yarıçapı $y \Rightarrow \frac{x}{2y} = \pi$ dir.

IV. a ve b reel sayı $\Rightarrow |a| + |b| \geq |a + b|$ dir.

V. ABC üçgeninde $|AB| = |AC| \Rightarrow \widehat{ABC}$ ve \widehat{ACB} dar açıdır.

Yukarıdaki öngemelerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 **D) 4** E) 5

5. $[p \Leftrightarrow (1 \Rightarrow p') \vee [(p' \Rightarrow 1) \Leftrightarrow p]]$

öngemesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 **C) p**
D) p' E) Bilinemez.

6. $[(p \Rightarrow r) \vee (p \vee q')']'$

öngemesinin doğruluk değeri "1" dir.

Buna göre,

- I. $(p' \Leftrightarrow r)' \vee (q' \Leftrightarrow r)$
- II. $p' \vee (r \Rightarrow p)$
- III. $p \wedge (r \wedge p')$
- IV. $p' \vee (r \Rightarrow q')$
- V. $(p \vee q') \Leftrightarrow (p \wedge r)$

öngemelerinden kaç tanesinin doğruluk değeri "1" dir?

- A) 1** B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. Aynı yıl ehliyet almış olan Aslı, Nesli, Sibel, Ceren ve Beste'nin ehliyet aldıkları tarihte aylar ve günler birbirinden farklıdır.

Bu beş kişinin ehliyet aldığı tarihler ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Bu beş kişinin hiçbiri mart, nisan, mayıs, haziran ve temmuz aylarında ehliyet almamıştır.
- Bu beş kişiden hiçbiri cumartesi ya da pazar günü ehliyet almamıştır.
- Aslı ve Nesli'nin ehliyet aldıkları gün haftanın 2., 3., 5. günleri değildir, eylül veya ekim ayında ehliyet almışlardır.
- Sibel'in ehliyet aldığı ay ocak ayıdır. Fakat cuma günü değildir.
- Beste salı günü ehliyet almıştır ve Aslı Beste'den sonra ehliyet almıştır.
- Ceren'in, ehliyet aldığı tarih Beste'nin ehliyet aldığı tarihten sonra Aslı'nın ve Nesli'nin ehliyet aldığı tarihten öncedir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- Aslı'nın ehliyet aldığı gün pazartesidir.
- Ceren Ağustos ayında cuma günü ehliyet almıştır.
- Sibel ocak ayında çarşamba günü ehliyet almıştır.
- Beste kasım ayında ehliyet almıştır.

- A) I ve II **B) II ve III** C) I, II ve III
D) III ve IV E) I, III ve IV

2. a, b ve c tam sayıları ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- a sayısı b den büyük ise $a - b = c$ dir.
- $a \cdot c > 0$
- c sayısının 2 katının 5 eksiği negatif değildir.

Yukarıda verilen bilgilere göre aşağıdaki önermelerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- c sayısı 2 ise a sayısı pozitiftir.
- $a + c$ toplamı pozitif ise $a \cdot c$ çarpımı negatiftir.
- $b - a < 0$ ise $a^2 < b^2$

- A) Yalnız I** B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I ve III

3. Aykan, Burak, Onur, Sercan, Uygur ve Orçun adlı 6 kişinin yaptığı alışveriş bilgileri veriliyor.

- 6 kişi siyah, kırmızı, gri veya beyaz rengi tercih etmişlerdir.
- Uygur ve Orçun yalnızca 1 tane ceket almıştır.
- Sercan ayakkabı veya ceket almamıştır.
- Onur siyah ceket almış ise beyaz ayakkabı almıştır.
- Onur ve Aykan'ın aldığı ceketin rengi aynıdır.
- Onur beyaz ayakkabı almış ise Orçun gri ayakkabı almıştır.
- Sercan beyaz ve kırmızı pantolon almıştır.
- Aykan siyah renkli ceket ve pantolon almıştır.
- Burak iki farklı renkte 2 tane gömlek almıştır ve birisinin rengi Uygur'ın aldığı ceket ile aynı renktedir.
- Uygur siyah, kırmızı veya beyaz renkli herhangi bir şey almamıştır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- Uygur gri ceket almıştır.
 - Onur beyaz ceket almamıştır.
 - Orçun gri ayakkabı almıştır.
 - Onur beyaz ayakkabı almıştır.
 - Burak'ın aldığı gömleklerden biri kırmızıdır.
- A) I, II, III ve IV B) I, II ve IV **C) I, III ve IV**
D) II, IV ve V E) I, II, III ve V

4. Kuzey, Defne, Bade ve Toygar ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Kuzey ya da Defne şeker yememiştir.
- Bade veya Defne şeker yemiştir.
- Toygar veya Bade şeker yememiştir.
- Kuzey ve Bade şeker yememiştir.

Buna göre, kim veya kimler kesinlikle şeker yemiştir?

- A) Defne** B) Toygar
C) Bade ve Defne D) Kuzey
E) Kuzey ve Toygar

1. Aşağıdaki şekilde 12 bölmeden oluşan kutuya, her birine bir adet malzeme gelecek şekilde toplamda 3 tane silgi, 4 tane kalem, 2 tane defter ve 3 tane kitap yerleştirilmiştir. Mor, sarı, pembe ve beyaz renkli bu malzemeler ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

	A	B	C	D	E	F
I						
II						

- Her iki satırın A ve C sütunlarına sarı, E ve F sütunlarına beyaz renkli malzeme konulmuştur.
- II. satırdaki kitap sayısı, I. satırdaki kitap sayısından fazladır ve yan yana olan iki kitabın rengi aynıdır.
- Kalemlerin yarısı mor, yarısı sarıdır ve kitapların sol tarafında yer almaktadır.
- Defterlerin rengi farklıdır ve aynı satırda değildir.
- Mor kalemlerden biri B-I de diğeri B-II dedir.
- İki silginin rengi aynıdır ve yan yana konulmuştur.
- Kalemlerden biri C-I dedir.

Yukarıda verilenlere göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) Kutuların herhangi birinde sarı renkli defter ve silgi vardır.
- B) Kutuların herhangi birinde beyaz silgi vardır.
- C) Kitaplardan ikisi II. sıradadır.
- D) Kutuların herhangi birinde pembe renkli kitap ve defter vardır.
- (E)** Kutuların herhangi birinde beyaz defter vardır.

2 ve 3. soruları aşağıda verilen bilgilere göre çözünüz.



sembölü "veya" bağlacını ve

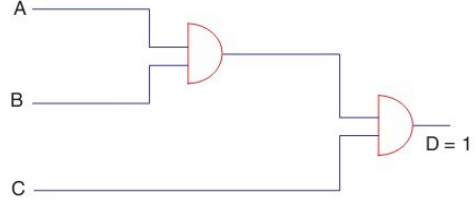


sembölü de "ve" bağlacını ifade etmektedir.

Örneğin,



2.



Yukarıdaki şekilde $D = 1$ dir.

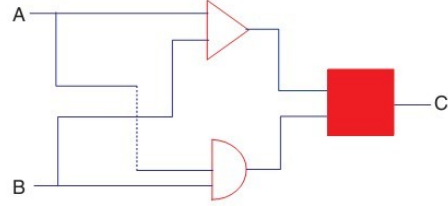
Buna göre,

- I. $A = 1, B = 1$ ve $C = 0$ dir.
- II. $A = 0, B = 0$ ve $C = 1$ dir.
- III. $A = 1, B = 1$ ve $C = 1$ dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I **(B)** Yalnız III C) I ve III
- D) I ve II E) I, II ve III

3.



Yukarıdaki şekilde C nin doğruluk değeri 1 ve A veya B den yalnız birinin doğruluk değeri 1 dir. Kırmızı boyalı kutunun içine " \triangleright " veya " \bigcirc " sembollerinden biri gelecektir.

Buna göre,

- I. $A \equiv 1$ ve boş kutunun içine " \triangleright " gelirse $C \equiv 1$ dir.
- II. $B \equiv 1$ ve boş kutunun içine " \bigcirc " gelirse $C \equiv 1$ dir.
- III. $A \equiv 1$ ve boş kutunun içine " \bigcirc " gelirse $C \equiv 1$ dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- (A)** Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
- D) II ve III E) I ve III

1. Bir alışveriş merkezinin binasında bulunan 1 den 8 e kadar numaralandırılmış 8 adet lamba elektrik bir devre ile birbirine bağlıdır. Herhangi bir lambanın yanması aşağıdaki koşullara göre diğerlerinin yanmasına bağlıdır.



- 1. lamba yanıyorken 3. lamba yanmaktadır.
- 5. lamba, 4. lamba yandığında yanmaktadır.
- Eğer 3. lamba yanıyorsa 2. lamba ve 4. lamba yanmaktadır.
- Eğer 8. lamba yanmıyorsa 7. lamba da yanmaktadır.
- Eğer 7. lamba yanıyorsa 6. lamba yanmamaktadır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) 8. lamba yanmıyor ise 6. lamba yanıyordur.
 B) 1. lamba yanıyorken 4. lamba da yanıyordur.
 C) 5. lamba yandığında 7. lamba da yanmıştır.
 D) 1. lamba yanmıyorken 2. ve 4. lambalar yanıyordur.
 E) 8. ve 7. lamba aynı anda yanmaktadır.

2. Nurhan, Esra, Dicle, İlker, İrem ve Gizem kişilerin 2 tanesi öğretmen, 1 tanesi mühendis diğer üçü ise avukattır.

- Nurhan ve Esra'nın meslekleri farklıdır.
- Esra avukat değildir.
- Dicle ve İlker aynı mesleğe sahiptir.
- Gizem avukat veya öğretmen değildir.

Yukarıdaki bilgilere göre, sırasıyla Nurhan, Esra, Dicle, İlker, İrem ve Gizem'in meslekleri aşağıdakilerin hangisinde doğru verilmiştir?

- A) Mühendis, Avukat, Öğretmen, Avukat, Avukat, Öğretmen
 B) Avukat, Mühendis, Avukat, Avukat, Öğretmen, Öğretmen
 C) Avukat, Öğretmen, Avukat, Avukat, Öğretmen, Mühendis
 D) Öğretmen, Avukat, Avukat, Mühendis, Avukat, Öğretmen
 E) Öğretmen, Mühendis, Avukat, Avukat, Avukat, Öğretmen

3. Deniz'in bisikleti varsa, Ece'nin bisikleti vardır. Ece'nin bisikleti varsa, Faruk'un bisikleti vardır.

Buna göre, Deniz'in bisikleti varsa;

- I. Ece'nin bisikleti vardır.
 II. Faruk'un bisikleti vardır.
 III. Faruk'un bisikleti yoktur.

ifadelerinden hangisi doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

➤ KÜMELER

- Küme Kavramı • 28
- Kümelerde İşlemler • 35
- Küme İşlemleri ile Sembolik Mantık Arasındaki İlişki • 38
- Küme Problemleri • 44
- İki Kümenin Kartezyen Çarpımı • 52
 - Karma Testler • 58
 - Yeni Nesil Sorular • 62

KÜMELER - I

Küme Kavramı

TANIM

- Küme iyi tanımlanmış birbirinden farklı nesneler topluluğudur.

Kümelerle İlgili Temel Kavramlar

- Kümeler A, B, C, ... gibi büyük harflerle, kümenin elemanları ise a, b, c, ... gibi küçük harflerle gösterilir. Bir a elemanı A kümesine ait ise $a \in A$, ait değil ise $a \notin A$ şeklinde gösterilir.
- n elemanlı bir A kümesinin eleman sayısı $s(A) = n$ şeklinde gösterilir.

Kümelerin Gösterilme Yöntemleri

BİLGİ

Venn Şeması Yöntemi:

- Kümeyi oluşturan elemanların önlerine nokta konularak kapalı bir şekil içerisinde gösterilmesine **venn şeması** denir.

Liste Yöntemi:

- Kümeyi oluşturan elemanların "{ }" biçimindeki parantezin içerisine aralarına virgül konularak yazılmasına **liste yöntemi** denir.

Ortak Özellik Yöntemi:

- Kümedeki elemanların $\{x \mid x \text{ lerin ortak özelliği}\}$ şeklinde gösterilmesine **ortak özellik yöntemi** denir.

"|" veya ":" sembolleri öyle ki anlamına gelir.

ÖRNEK 1

Aşağıdakilerden hangileri küme belirtir?

- Zeki çocuklar
- Eğimi sıfır olan doğru
- x eksenine paralel iki doğru
- Rakamlar
- 5 ten küçük çift sayılar

IV ve V

IV. Rakamlar kümesi $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

V. $\{0, 2, 4\}$

ÖRNEK 2

7 ile 15 arasındaki çift doğal sayıların oluşturduğu kümeyi üç farklı yöntemle gösteriniz.



Venn şeması:

Liste yöntemi: $A = \{8, 10, 12, 14\}$

Ortak özellik yöntemi:

$A = \{x \mid 7 < x < 15, x = 2n, n \in \mathbb{Z}^+\}$

ÖRNEK 3

$A = \{x, y, \{a, b\}, \{b\}, a\}$ kümesi için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\{a, b\} \in A$ B) $\{b\} \in A$ C) $\{a, \{b\}\} \notin A$
D) $\{x, y\} \in A$ E) $\{a\} \notin A$

$\{x, y\} \in A$
Yanıt D

ÖRNEK 4

Aşağıdaki kümelerden hangisinin eleman sayısı en azdır?

- A) $\{x : x^2 < x, x \in \mathbb{R}\}$
B) $\{(x, y) : 2x + 3y = 12, (x, y) \in \mathbb{Z}^2\}$
C) $\{(x, y) : \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1, (x, y) \in \mathbb{Z}^2\}$
D) $\{x : x^3 < x, x \in \mathbb{R}\}$
E) $\{(x, y) : \frac{x}{y} = 2, (x, y) \in \mathbb{Z}^2\}$

- A) $x^2 < x$ ise $0 < x < 1$, 0 ile 1 arasında sonsuz sayıda reel sayı vardır.
B) $A = \{(0, 4), (3, 2), (6, 0), (-3, 6), (-6, 8), \dots\}$
C) Tek elemanlıdır. $\{(2, 2)\}$
D) Sonsuz sayıda reel sayı vardır.
E) Sonsuz sayıda sıralı ikili vardır.

Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme ve Sonsuz Küme, Eşit Küme

TANIM

Evrensel Küme:

- Tüm kümelere ait elemanları içinde bulunan kümeye **evrensel küme** denir.

Boş Küme:

- Elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. " \emptyset " veya " $\{\}$ " sembollerinden biri ile gösterilir.

Eşit Küme:

- Elemanları aynı olan kümelere **eşit küme** denir.

Sonlu ve Sonsuz Küme:

- Eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilebilen kümelere **sonlu küme**, edilemeyen kümelere ise **sonsuz küme** denir.

ÖRNEK 5

Aşağıdakilerden hangisi boş küme belirtir?

- A) $\{(x, y) : (x, y) \in \mathbb{R}^2, \sqrt{xy} \neq \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}\}$
 B) $\{x : 2 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$
 C) $\{(x, y) : (x, y) \text{ ve } \mathbb{R}^2, x^2 = y^2 \text{ ise } x \neq y\}$
 D) $\{x : x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0\}$
 E) $\{x : 2 < x < 3, x \in \mathbb{N}\}$

2 ile 3 arasında doğal sayı yoktur.

Yanıt E

Alt Küme

TANIM

- A ve B iki küme olsun. A kümesinin tüm elemanları B kümesinin de elemanı oluyorsa, A kümesi B kümesinin **alt kümesidir** denir ve $A \subseteq B$ şeklinde gösterilir.
- Bir kümenin kendisinden farklı olan her alt kümesine **öz alt kümesi** denir ve $A \subset B$ ile gösterilir.

Alt Kümenin Özellikleri

- * Boş küme her kümenin alt kümesidir.
- * Her küme kendisinin alt kümesidir. ($A \subseteq A$)
- * $A \subseteq B$ ve $B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$ dir.

Alt Küme Sayısı

n elemanlı bir kümenin,

- * Alt küme sayısı 2^n dir.
- * Öz alt küme sayısı $2^n - 1$ dir

BİLGİ

- $A \subset B$ ise aynı zamanda " $B \supset A$ " olarak da ifade edilir. (B kapsar A yı)

ÖRNEK 6

$A = \{a, b, c, \{a, b\}, \{c\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre,

- I. $\{a\}$ II. $\{a, b\}$ III. $\{b, c\}$
 IV. $\{a, b, c\}$ V. $\{\{c\}\}$ VI. $\{\{a, b\}\}$
 VII. $\{\{b\}, a\}$ VIII. $\{a, \{c\}\}$ IX. $\{\{a\}, \{a, b\}\}$

kümelerinden hangileri A kümesinin alt kümesidir?

- I. $\{a\} \subset A$ II. $\{a, b\} \subset A$
 III. $\{b, c\} \subset A$ IV. $\{a, b, c\} \subset A$
 V. $\{\{c\}\} \subset A$ VI. $\{\{a, b\}\} \subset A$
 VII. $\{\{b\}, a\} \not\subset A$ VIII. $\{a, \{c\}\} \subset A$
 IX. $\{\{a\}, \{a, b\}\} \not\subset A$

ÖRNEK 7

$A = \{x \mid 0 \leq x \leq 10, x \text{ asal sayı}\}$ kümesinin;

- Eleman sayısı kaçtır?
- Alt küme sayısı kaçtır?
- Öz alt küme sayısı kaçtır?
- Boş kümeden farklı kaç öz alt kümesi vardır?

- $s(A) = 4$
- $2^4 = 16$
- $2^4 - 1 = 15$
- $2^4 - 1 - 1 = 14$

ÖRNEK 8

Bir kümenin eleman sayısı 3 arttırıldığında alt küme sayısı 224 artmaktadır.

Buna göre, bu kümenin öz alt küme sayısı kaçtır?

- $$2^{n+3} - 2^n = 224$$
- $$2^n \cdot (2^3 - 1) = 224$$
- $$n = 5$$
- $$2^5 - 1 = 31$$

ÖRNEK 9

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ kümeleri veriliyor.

$A \subseteq C \subseteq B$ koşuluna uygun;

- kaç farklı C kümesi vardır?
- $A \neq C$ şeklinde kaç farklı C kümesi vardır?
- $A \neq C$ ve $B \neq C$ şeklinde kaç farklı C kümesi vardır?

- $2^4 = 16$
- $2^4 - 1 = 15$
- $2^4 - 1 - 1 = 14$

ÖRNEK 10

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

A kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde;

- 1 ve 2 bulunur?
- 3, 4 ve 5 bulunmaz?
- En az bir çift sayı bulunur?
- 7 ve 8 birlikte bulunmaz?
- 5 ve 6 bulunur, 7 ve 8 bulunmaz?
- 6 veya 7 bulunur?
- 2 ya da 5 bulunur?

- $\{1, 2, \dots\} \rightarrow 2^6$
- 2^5
- $2^8 - 2^4 = 240$
- 7 nin bulunup, 8 in bulunmadığı: 2^6
8 in bulunup 7 nin bulunmadığı: 2^6
İkisinin de bulunmadığı: 2^6
 $2^6 + 2^6 + 2^6 = 192$
- $\{5, 6, \dots\} \rightarrow 2^4$
- (Tüm durum - 6 ve 7 nin bulunmadığı)
 $2^8 - 2^6 = 192$
- 2'nin bulunup 5'in bulunmadığı: 2^6
5'in bulunup 2'nin bulunmadığı: 2^6
 $2^6 + 2^6 = 128$

ÖRNEK 11

$A = \{a, b, c, d\}$

A kümesinin;

- 2 elemanlı alt kümelerini yazınız.
- 2 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunur? Gösteriniz.
- 2 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunur, b bulunmaz? Gösteriniz.

- $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{a, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$
- $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}$
- $\{a, c\}, \{a, d\}$

1. $A = \{1, \{2\}, \{1, 2\}, 3, \emptyset\}$

kümesi için,

I. $\{1\} \in A$ II. $\{1, 3, \emptyset\} \subset A$

III. $\{1, 2\} \in A$ IV. $\{1, 2, 3\} \subset A$

V. $\emptyset \in A$ VI. $\{\emptyset\} \subset A$

İfadelerinden kaç tanesi yanlıştır?

- (A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Aşağıdakilerden hangisi

$$A = \{1, (2, 3), \emptyset, \{a, b\}\}$$

kümesinin bir alt kümesidir?

- A) $\{a, b\}$ B) $\{\{\emptyset\}, 1\}$ (C) $\{\emptyset, \{a, b\}\}$
D) $\{\emptyset, \{1\}\}$ E) $\{1, \emptyset, b\}$

3. $A = \{a, b, \{a, b\}, c, \{d\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi A kümesinin hem elemanı hem de alt kümesidir?

- A) a B) $\{d\}$ (C) $\{a, b\}$
D) $\{b\}$ E) $\{c\}$

4. Bir kümenin boş kümeden farklı öz alt küme sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 7 B) 18 C) 31 D) 60 (E) 126

5. n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt küme sayısı

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

formülüyle bulunur.

Bir A kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin 10 tanesinde, A kümesinin elemanları olan x ve y birlikte bulunmaktadır.

Buna göre, A kümesinin en az beş elemanlı kaç alt kümesi vardır?

- A) 23 B) 25 (C) 29 D) 33 E) 35

6. $A = \{1, 2, 3, \{4, 5\}, 6\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 1 veya 6 bulunur?

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 (E) 24

7. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

kümeleri için, A ve B den farklı olmak şartıyla A kümesini kapsayan B kümesinin kaç alt kümesi vardır?

- A) 8 (B) 14 C) 16 D) 32 E) 64

8. n elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı a, m elemanlı bir kümenin öz alt küme sayısı b dir.

Buna göre, $n + m - 1$ elemanlı bir kümenin kaç tane alt kümesi vardır?

- A) $\frac{a \cdot b}{2}$ B) $\frac{(a+1) \cdot b}{2}$ C) a.b
D) $a(b+1)$ (E) $\frac{a \cdot (b+1)}{2}$

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin boş olmayan tüm alt kümeleri yazılıyor.

Buna göre, elde edilen alt kümelerdeki elemanların toplamı kaçtır?

- A) 400 B) 512 C) 612 D) 650 **E) 672**

2. n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt küme sayısı,

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

eşitliği ile bulunabilir.

Bir kümenin içinde a ve b harfleri bulunan alt kümelerinin sayısı 32 dir.

Buna göre, bu kümenin en çok 3 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

- A) 64** B) 48 C) 36 D) 32 E) 24

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde elemanlar toplamı 48 dir?

- A) 6 **B) 5** C) 4 D) 3 E) 2

4. $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

kümesi veriliyor.

K , B nin boş olmayan bir alt kümesi olmak üzere,

K : " K kümesinin eleman sayısı ile aynı elemanı bulunduran küme" olarak tanımlanıyor.

Örneğin:

$K = \{1, 2\}$ 2 elemanlı

$K = \{1, 2, 3, 4\}$ 4 elemanlı

Buna göre, kaç tane K kümesi yazılabilir?

- A) 32 B) 24 **C) 16** D) 8 E) 4

5. $A = \{x \mid 4 \leq x < 132, x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{y \mid 2^y = x, x \in A\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, B kümesinin kaç tane öz alt kümesi vardır?

- A) 15 B) 31 **C) 63** D) 127 E) 255

6. Aşağıdakilerden kaç tanesi yanlıştır?

- I. Boş kümenin alt kümesi bir tanedir.
II. $N = \{1, 2, \{3\}, 4\}$ olduğuna göre, $\{3\} \subset N$ dir.
III. Boş küme her kümenin alt kümesidir.
IV. $N = \{\emptyset\}$ kümesi her kümenin alt kümesidir.

- A) 0 B) 1 **C) 2** D) 3 E) 4

1. Bir kümenin eleman sayısı üç artarsa alt küme sayısı m , eleman sayısı bir azaltılırsa alt küme sayısı n oluyor.

Boş kümeden farklı olan bu küme için $\frac{m}{n}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 8 **D) 16** E) 32

2. $A = \{x : x^2 \leq 64, x \in \mathbb{N}\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde en az bir tek sayı bulunur?

- A) 160 B) 240 C) 320 **D) 480** E) 640

3. $A = \{1, 2, 3, \{1\}, \{1, 2\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre,

- I. $s(A) = 6$
 II. $\{1, 2, 3\} \supset \{\{1\}, \{1, 2\}\}$
 III. $\{1, 2\}$ kümesi A kümesinin hem elemanı hem de alt kümesidir.
 IV. $\{2, 3\} \in A$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) Yalnız II C) II, III ve IV
D) Yalnız III E) I ve IV

4. $A = \{(a + b) \mid 0 < a < b < 6 \text{ ve } a, b \in \mathbb{N}\}$

kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 2⁷** B) 2⁶ C) 2⁵ D) 2⁴ E) 2³

5. $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ ve

$$B = \left\{x \mid x = \frac{a}{b}, x = 2k, k \in \mathbb{Z}, a, b \in A\right\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, B kümesinin alt kümesinin elemanları toplamı en çok kaçtır?

- A) 17 B) 21 C) 29 **D) 35** E) 47

6. $A = \{1, 2, 3\}$

$$B = \{1, 2, 3, g, h, k, m, n\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \subset K \subset B$ ve $A \neq K, B \neq K$ olmak üzere, kaç farklı K kümesi yazılabilir?

- A) 32 B) 31 **C) 30** D) 29 E) 28

1. $A_1 = \{3\}$

$A_2 = \{6, 9, 12\}$

$A_3 = \{15, 18, 21, 24, 27\}$

:

A_{n^2}

şeklinde A_{n^2} kümeleri yazılıyor.**Buna göre, 1725 sayısının bulunduğu kümenin en küçük elemanı kaçtır?**

- (A) 530 B) 532 C) 534 D) 536 E) 538

2. $A = \{x \mid 2 < x < 20, x = 4k, k \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{x \mid x = 8k, x \in A, k \in \mathbb{Z}\}$

$C = \{4, 8, 12, 16\}$

$D = \{2, 8, 16\}$

Yukarıda verilen A, B, C ve D kümelerinden hangi ikisi eşit küme belirtir?

- A) A ve B (B) A ve C C) A ve D
-
- D) B ve C E) C ve D

3. Aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

I. $A = \{x \mid x < 5, x \in \mathbb{R}^+\}$ kümesi sonlu bir kümedir.II. $B = \{x \mid 2 < x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesi boş bir kümedir.

III. $C = \{x \mid x^2 < 4, x \in \mathbb{Z}\}$

 $D = \{x \mid x(x^2 - 1) = 0, x \in \mathbb{Z}\}$ kümeleri eşit iki kümedir.

- A) I ve II B) Yalnız II C) II ve III
-
- D) I ve III (E) I, II ve III

4. $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 24\}$

$B = \{3, 5, 7, 9, \dots, 25\}$

$C = \{x \mid x = (a_1 \cdot a_2 \dots a_n) \cdot (b_1 \cdot b_2 \dots b_m)\}$

$a_n \in A, b_m \in B, n \geq 1, m \geq 1\}$

$s(C) = 1$

kümeleri veriliyor.

C kümesinin elemanı olan x için $x! = 2^k$. M eşitliğinde M en küçük tam sayı değerini almaktadır.**Buna göre, k nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?**

- (A) 22 B) 21 C) 20 D) 19 E) 18

5. $A = \{x \mid 2 < x < 95, x \in \mathbb{Z}^+\}$

$B = \{y \mid 2 < y < 95, y \in \mathbb{Z}^+\}$

olduğuna göre, kaç farklı (x, y) ikilisi için x + y toplamı üç basamaklı bir sayıdır?

- A) 5764 B) 5228 C) 4210 D) 4105 (E) 4005

6. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 3 ve 5 eleman olarak bulunup 1 eleman olarak bulunmaz?

- A) 4 B) 8 (C) 16 D) 32 E) 64

7. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

kümesinin içinde asal sayı olmayan kaç alt kümesi vardır?

- A) 2 B) 4 (C) 8 D) 16 E) 32

KÜMELER - II

Kümelerde Birleşim ve Kesişim İşlemi

Kesişim İşlemi

TANIM

➔ A ve B iki küme olsun. A ya veya B ye ait olan elemanlardan oluşan kümeye A ile B nin **birleşim kümesi** denir ve $A \cup B$ ile gösterilir.

$$* A \cup B = \{x : x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

ÖRNEK 1

$$A = \{a, b, c, d, e\} \text{ ve } B = \{d, e, f, g\}$$

kümeleri için $A \cup B$ kümesini bulunuz.

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

ÖRNEK 2

$$A = \{x : |x - 2| < 5, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x : -2 < x \leq 6, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümeleri için $A \cup B$ kümesini bulunuz.

$$|x - 2| < 5 \Rightarrow -5 < x - 2 < 5, \quad -3 < x < 7$$

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ÖRNEK 3

$$A = \left\{ (x, y) \mid \frac{5x+4}{x-1}, x, y \in \mathbb{N} \right\}$$

$$B = \{(x, y) \mid y = 3x + 8, 2 \leq x < 5, x, y \in \mathbb{Z}\}$$

kümeleri için $A \cup B$ kümesini bulunuz.

$$A \text{ kümesi için } y = \frac{5x+4}{x-1} = 5 + \frac{9}{x-1}$$

$$x-1=1, y=14, x-1=3, y=8, x-1=9, y=6$$

$$A = \{(2, 14), (4, 8), (10, 6)\}$$

$$B \text{ kümesi için } x=2, y=14, x=4, y=20$$

$$x=3, y=17$$

$$B = \{(2, 14), (3, 17), (4, 20)\}$$

$$A \cup B = \{(2, 14), (4, 8), (10, 6), (3, 17), (4, 20)\}$$

Kümelerin Kesişimi

TANIM

➔ A ve B iki küme olsun. A ve B ye ait elemanlardan oluşan kümeye A ile B nin **kesişim kümesi** denir ve $A \cap B$ ile gösterilir.

$$* A \cap B = \{x : x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

ÖRNEK 4

$$A = \{a, b, c, d, e\} \text{ ve } B = \{d, e, f, g\}$$

kümeleri için $A \cap B$ kümesini bulunuz.

$$A \cap B = \{d, e\}$$

ÖRNEK 5

$$A = \{x : |x - 1| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{x : x > 2, x \in \mathbb{R}\}$$

kümeleri için $A \cap B$ kümesini bulunuz.

$$|x - 1| \leq 2$$

$$-2 \leq x - 1 \leq 2$$

$$-1 \leq x \leq 3$$

$$A = [-1, 3], B = (2, \infty), A \cap B = (2, 3]$$

ÖRNEK 6

$$A = \{(x, y) : 2x + y = 13, x \text{ ve } y \text{ doğal sayı}\}$$

$$B = \{(x, y) : x - y = 3, x \text{ ve } y \text{ doğal sayı}\}$$

kümeleri için $A \cap B$ kümesini bulunuz.

$$A = \{(0, 13), (1, 11), (2, 9), (3, 7), (4, 5), (5, 3), (6, 1)\}$$

$$B = \{(3, 0), (4, 1), (5, 2), \dots\}$$

A ve B kümesinin ortak elemanı yoktur.

$$A \cap B = \emptyset$$

1. $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ 2. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3. $\{(2, 14), (4, 8), (10, 6), (3, 17), (4, 20)\}$

Kümelerde Birleşim ve Kesişim İşleminin Özellikleri

- $A \cup A = A$, $A \cap A = A$
- $A \cup \emptyset = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \subset B$ ise $A \cup B = B$ ve $A \cap B = A$ dir.
- $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$
(Değişme özelliği)
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
(Birleşme özelliği)
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(Birleşimin kesişim üzerine dağılma özelliği)
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
(Kesişimin birleşim üzerine dağılma özelliği)
- $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

ÖRNEK 7

$A \cup B = (-2, 3]$ ve $A \cup C = [-4, 1)$

olduğuna göre, $A \cup (B \cap C)$ kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ &= (-2, 3] \cap [-4, 1) = (-2, 1) \end{aligned}$$

ÖRNEK 8

A ve B iki kümedir.

$$s(A \cap B) = 5, s(A) + s(B) = 16$$

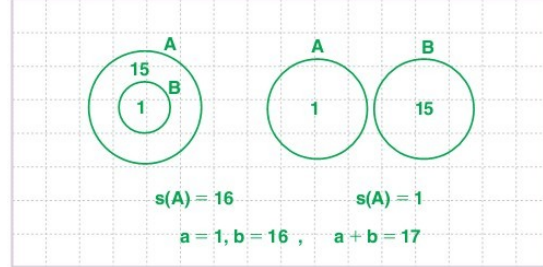
olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} s(A \cup B) &= s(A) + s(B) - s(A \cap B) \\ &= 16 - 5 = 11 \end{aligned}$$

ÖRNEK 9

A ve B boş kümeden ve birbirlerinden farklı iki küme olmak üzere, $s(A \cup B) = 16$ ise A kümesi en çok a, en az b elemanıdır.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?



ÖRNEK 10

$$A = \{x \mid 2 \leq x < 74, x \in \mathbb{N}\}$$

kümesinin elemanlarından kaç tanesi 2 veya 3 ile tam bölünebilir?

$$\begin{aligned} s(A \cup B) &= s(A) + s(B) - s(A \cap B) \\ s(A) &= 2k, s(B) = 3k, s(A \cap B) = 6k \\ s(A) &= \frac{72-2}{2} + 1 = 36 \\ s(B) &= \frac{72-3}{3} + 1 = 24 \\ s(A \cap B) &= \frac{72-6}{6} + 1 = 12 \\ s(A \cup B) &= 36 + 24 - 12 = 48 \end{aligned}$$

ÖRNEK 11

$$2s(A) = 3s(B) + 4, 2s(A \cap B) = s(B), s(A \cup B) = 14$$

olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} 2(a + b) &= 3(b + c) + 4 \\ \Rightarrow 2a &= b + 3c + 4 \\ 2b &= b + c \Rightarrow b &= c \\ 2a &= 4c + 4 \Rightarrow a &= 2c + 2 \\ s(A \cup B) &= 14 \\ s(A \cup B) &= (2c + 2) + c + c = 14 \Rightarrow 4c + 2 = 14 \\ c &= 3, a = 8, b = 8 \\ s(A \cap B) &= 8 \end{aligned}$$

Evrensel Küme – Tümlen

TANIM

- Üzerinde işlem yapılan ve tüm kümeleri kapsayan kümeye **evrensel küme** denir ve **E** ile gösterilir.
 - $A \subset E$ olsun. A^I kümesine **A kümesinin tümleneni** denir.
- $$A^I = \{x \mid x \notin A \text{ ve } x \in E\}$$
- * $(A^I)^I = A$
 - * $A \cap E = A$
 - * $A \cup E = E$
 - * $E^I = \emptyset$
 - * $\emptyset^I = E$
 - * $(A \cup B)^I = A^I \cap B^I$
 - * $(A \cap B)^I = A^I \cup B^I$
 - * $A \subseteq B \Rightarrow B^I \subseteq A^I$
 - * $A \cup A^I = E$
 - * $A \cap A^I = \emptyset$
 - * $s(A^I) = s(E) - s(A)$

ÖRNEK 12

E evrensel küme A ve B kümeleri evrensel kümenin iki alt kümesi olmak üzere,

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 4\}, E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

- $(A \cap B)^I$
- $s(A^I) + s(B^I)$
- $s(A) + s(A^I) + s(B) + s(B^I)$

ifadelerinin eşitini bulunuz.

$$a) (A \cap B)^I = \{1, 5, 6\}$$

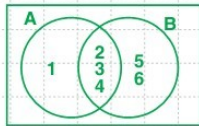
$$b) s(A^I) = 2, s(B^I) = 3,$$

$$s(A^I) + s(B^I) = 5$$

$$c) s(A) + s(A^I)$$

$$= s(E) = 6$$

$$s(B) + s(B^I) = s(E) = 6 \Rightarrow 6 + 6 = 12$$



ÖRNEK 13

$$A = \{x : |2x - 5| > 6, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesinin tümleneni olan A^I kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

$$A^I: |2x - 5| \leq 6$$

$$-6 \leq 2x - 5 \leq 6$$

$$-1 \leq 2x \leq 11$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{11}{2}$$

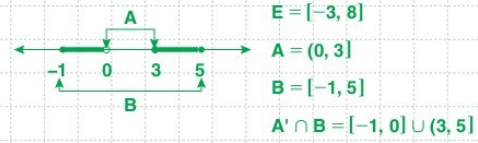
$$A^I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow s(A^I) = 6 \Rightarrow 2^6 = 64$$

ÖRNEK 14

A ve B, E evrensel kümenin iki alt kümesidir.

$$E = [-3, 8], A = (0, 3], B = [-1, 5]$$

kümeleri için $A^I \cap B$ kümesini bulunuz.



ÖRNEK 15

A, B ve C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A) = 12 - 3s(B^I)$$

$$3s(B) = 20 - s(A^I) \text{ ve } s(C) = 5$$

olduğuna göre, $s(C^I)$ kaçtır?

$$s(A) + 3s(B^I) = 12$$

$$s(A^I) + 3s(B) = 20$$

$$4s(E) = 32$$

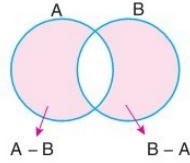
$$s(E) = 8$$

$$s(C^I) = 3$$

Kümelerde Fark İşlemi

TANIM

- $A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere,
- $A - B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ kümesine A ile B nin fark kümesi denir.



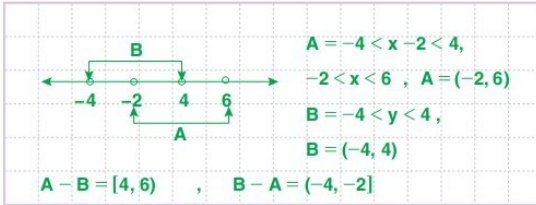
- * $A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B)$
- * $A^c = E - A$
- * $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$
- * $A \subset B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$
- * $A^c - B^c = B - A$
- * $s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$

ÖRNEK 16

$$A = \{x : |x - 2| < 4, x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{y : y^2 < 16, y \in \mathbb{R}\}$$

kümeleri için $A - B$ ve $B - A$ kümesini bulunuz.



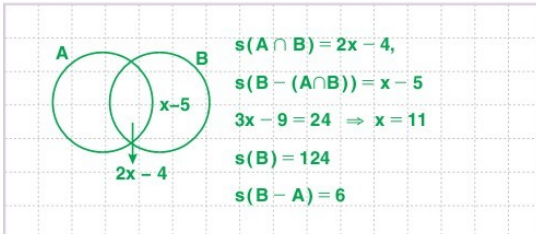
ÖRNEK 17

$$s(A - B) = 2x - 4$$

$$s[B \cap (A \cap B)^c] = x - 5$$

$$s(B) = 24$$

olduğuna göre, $s(B - A)$ kaçtır?



Küme İşlemleri ile Sembolik Mantık Arasındaki İlişki

BİLGİ

Küme	\emptyset	E	\cup	\cap	Tümleyeni ($'$)	=
Mantık	0	1	\vee	\wedge	Değili ($'$)	=

Küme İşlemleri	Sembolik Mantık İşlemleri
$A \cup A^c = E$	$p \vee p' \equiv 1$
$A \cap A^c = \emptyset$	$p \wedge p' \equiv 0$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$	$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$
$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$	$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$

ÖRNEK 18

$A \cup A^c = E$ olduğunu sembolik mantık ile ilişkilendirerek gösteriniz.

$$A \cup A^c = \{x \mid x \in A \vee x \in A^c\} = E$$

($\cup: \vee$, $p \vee p' \equiv 1$) ($E: 1$)

ÖRNEK 19

$(A - B)^c - A$ kümesinin bir başka eşitini ifade ediniz.

$$(A - B)^c - A = (A \cap B)^c - A = (A \cap B) \cap A^c$$

$$= (A \cap A^c) \cap B = \emptyset$$

ÖRNEK 20

$$[(A \cup B)^c \cup (A - B)]^c$$

kümesinin en sade yazılımı nedir?

$$[(A \cup B)^c \cup (A - B)]^c$$

$$= (A \cup B) \cap (A - B)^c = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$$

$$= (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cap A^c) \cup B$$

$$= \emptyset \cup B = B$$

1. $A = \{x \in \mathbb{Z} : 200 < x < 300\}$

kümesinin kaç elemanı 3 ve 4 ile bölünür?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

2. $A = \{x \mid x = 3k, 10 < x < 150, x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{x \mid x = 5k, 20 < x < 200, x \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $s(A \cup B) - s(A \cap B)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 78 B) 76 C) 73 D) 67 E) 65

3. $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$C \cup B = \{2, 3, 7, 9, 12, 14\}$

olduğuna göre, $s[B \cup (A \cap C)]$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. A ve B birer küme ve $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere,

$s(A) = 5.s(B)$

$s(B) = 3.s(A \cap B)$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ en az kaçtır?

- A) 20 B) 19 C) 17 D) 16 E) 14

5. Gizem ile Gözde kartlara tüm iki basamaklı sayıları yazıp bir torbaya atıyor ve aşağıdaki gibi bir oyun oynuyorlar.

- A ve B kümeleri oluşturuyorlar.
- Gizem ve Gözde torbadaki tüm kartlar bitene kadar sırayla kart çekiyor.
- 2'nin katı olan sayıları A kümesine, 3'ün katı olan fakat 5'in katı olmayan sayıları ise B kümesine yazıyorlar.

Buna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 78 B) 60 C) 56 D) 48 E) 32

6. $A = \left[-\frac{3}{2}, \sqrt{5}\right]$
 $B = \left[\sqrt{3}, \frac{29}{3}\right]$

kapalı aralıkları için $(A \cup B) \cap \mathbb{Z}$ kümesinin eleman sayısı kaçtır? (\mathbb{Z} , tam sayılar kümesidir.)

- A) 20 B) 17 C) 15 D) 13 E) 11

7. A ve B kümeleri ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- A kümesinin alt küme sayısı 1024'ten küçüktür.
- B kümesinin en çok 1 elemanlı alt küme sayısı 11'dir.
- $s(A \cap B) = s(A \cup B) - 15$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ en çok kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

1. Bir sınıftaki erkekler E, kızlar K kümeleri ile gösterilmiştir.

$$s(E) + s(K') = 18$$

$$s(E') + s(K) = 14$$

olduğuna göre, sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 16 D) 20 E) 32

2. A ve B, E evrensel kümesinin iki alt kümesi olmak üzere,

$$s(E) = 19, s(A) = 7 \text{ ve } s(B - A) = 4$$

veriliyor.

Buna göre, $s[(A' \cap B') - (A \cup B)]$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. A ve B iki kümedir.

$$s(E) = 20, s[A' \cup (A \cap B)] = 15$$

$$s[(A \cap B) \cup (A \cup B)'] = 7 \text{ ve } s(A' \cap B') = 4$$

olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11

4. A, B ve C birer küme olmak üzere,

$$I. x \in A, A \subset B \text{ ise } x \in B$$

$$II. A - B = \emptyset \text{ ise } A \cup B = B$$

$$III. A \cup B = B \cap C \text{ ise } C - B \neq \emptyset$$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) I ve III B) II ve III C) I ve II
D) I, II ve III E) Yalnız III

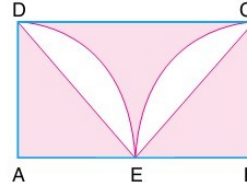
5. A ve B boş kümeden farklı kümelerdir.

$$[(A' \cup B) \cap (B' \cup A)] - (A' \cup B')$$

kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A - B$ B) $A \cap B$ C) B
D) A E) $B - A$

- 6.



Şekildeki ABCD dikdörtgeni X kümesini, A merkezli çember dilimi Y kümesini, B merkezli çember dilimi Z kümesini, DEC üçgeni de T kümesini göstermektedir.

Buna göre, taralı bölgeyi gösteren küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $X - (Y \cap Z \cap T)$
B) $X - [(Y \cap T) \cup (Z \cap T)]$
C) $(X \cap Y) \cup (Z \cap T)$
D) $X - [(Y - Z) \cup (Z - T)]$
E) $X \cap [(Y - Z) \cap (Z - T)]$

7. $A \subset E, B \subset E$ olmak üzere,

$$s(E) = 19, s(A \setminus B) = 9, s(A' \cap B') = 5$$

olduğuna göre, $s(B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

8. A ve B iki küme olmak üzere; A ve B nin simetrik farkı; $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ biçiminde tanımlanmaktadır.

Buna göre;

$$[A \cap (A \Delta B)] \cup [B \setminus (A \Delta B)]$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) B C) $A \cap B$
D) $A \setminus B$ E) \emptyset

1. N ve S boş kümeden farklı kümelerdir.

$$(N^I \cap S^I)^I \cap (N^I \cup S)$$

kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) N **B) S** C) N' D) S' E) \emptyset

2. n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt küme sayısı

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \text{ formülüyle bulunmaktadır.}$$

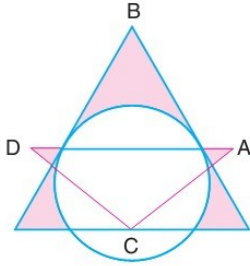
A ve B herhangi iki küme olmak üzere;

$$s(A \setminus B) = s(B \setminus A) \text{ ve } s(A \setminus B)$$

kümesinin 2 elemanlı alt küme sayısı 10 ve $A \cup B$ kümesinin öz alt küme sayısı 2047 olduğuna göre, $s(A)$ değeri kaçtır?

- A) 5** B) 6 C) 8 D) 10 E) 11

- 3.



Şekildeki taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $A' \cup (B \cup C)$ **B) $(A \cup B) \cap C'$**
 C) $(A \cup B \cup C)'$ D) $A' \cap (B \cap C)$
 E) $(A \cup B) - C'$

4. I. $A \subset B$ ise $A \cap B \neq \emptyset$

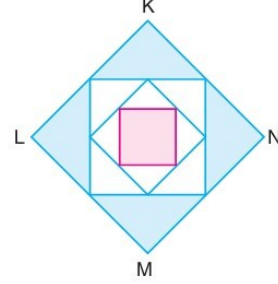
II. $A' \cap B' = \emptyset$ ise $s(E) = s(A \cup B)$

III. $(A \cup B)' = A' \setminus B$

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I, II ve III

5. Aşağıdaki şemada KLMN dörtgeni evrensel küme (E) olmak üzere, dıştan içe doğru olan dörtgenler sırasıyla E, A, B ve C kümeleri olarak adlandırılmıştır.



Buna göre, taralı bölgeler;

I. $(C \cup B') \cap (C \cup A')$

II. $(C' \cap A') \cup C$

III. $A \cup E$

kümelerinden hangileri ile ifade edilebilir?

- A) I ve III B) Yalnız III C) Yalnız II
 D) II ve III **E) I ve II**

6. $A \subset E, B \subset E, C \subset E$ olmak üzere, $A \cap B \cap C \neq \emptyset$
 $s(A) = 9, s(B) = 11$ ve $s(C) = 13$ tür.

Buna göre, $(A \cup B \cup C)$ kümesinin eleman sayısı en çok kaç olabilir?

- A) 29 B) 30 **C) 31** D) 32 E) 33

7. $A \subset E, B \subset E$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere,

$$[(A - B) \cup A']^I$$

kümesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A \cup B$ B) $A' \cup B'$ **C) $A \cap B$**
 D) A' E) B'

1. $C \subset B \subset A$ olmak üzere,
boş olmayan A, B ve C kümeleri ile ilgili olarak;
- $s(A \setminus B) = 2 \cdot s(B \setminus C) + s(C)$
 - $s(B) = 13$
 - $s(A \cup B \cup C) = 33$
- bilgileri veriliyor.
- Buna göre, $s(C)$ kaçtır?**
- A) 4 **B) 6** C) 8 D) 10 E) 12
2. A ve B kümeleri E evrensel kümenin iki alt kümesi olmak üzere,
- $$6s(A') + 3s(B) = 18$$
- $$s(B') + 2s(A) = 36$$
- eşitlikleri veriliyor.
- Buna göre, $s(E)$ kaçtır?**
- A) 10 B) 12 **C) 14** D) 16 E) 20
3. $A \subset B'$, $s(A \setminus B) = 16$ ve $4s(B) = 5s(A)$
olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?
- A) 24 B) 30 C) 32 **D) 36** E) 40
4. A, B ve C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere,
- $A \subset B$, $A \cap C = \emptyset$
 - $s(A \cup B \cup C)' = \emptyset$
 - $s(B \setminus A) = 12$, $s(C \setminus B) = 6$
 - $s(B) = 20$ ve $s(A') = 24$
- olduğuna göre, $s(A \cup B \cup C)$ kaçtır?**
- A) 26** B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

5. $[(B \setminus C') \cup (B \setminus C)] \cap [(B \cup C)] \setminus B$
kümesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?
- A) \emptyset** B) $A \setminus B$ C) $B \setminus A$
D) A E) B
6. A ve B kümeleri, E evrensel kümesinin alt kümeleri ile ilgili;
- E evrensel kümesinin eleman sayısı 60,
 - A kümesine ait olmayan eleman sayısı 34,
 - A veya B kümesine ait olmayan eleman sayısı 28,
 - A kümesinde olup B kümesinde olmayan eleman sayısı 12,
- bilgileri veriliyor.
- Buna göre, $s[A \cap B]$ kaçtır?**
- A) 18 B) 16 **C) 14** D) 12 E) 10
7. $A = \{x \mid x \geq 5, x \in \mathbb{R}\}$
 $B = \{x \mid -3 \leq x \leq 12, x \in \mathbb{R}\}$
kümeleri veriliyor.
- Buna göre, $B \setminus A$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?**
- A) $[5, 12]$ **B) $[-3, 5)$** C) $(-3, 5]$
D) $(5, 12]$ E) $(-3, 5)$

1. Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) $(A' \cap \emptyset) \cup A = A$
 B) $A - B = A' \cap B$
 C) $(A \cap B) \cup (B - A) = B$
 D) $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = A \cup B$
 E) $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$

2. A ve B kümeleri için, $A \cap B = \emptyset$ dir.

$$s(A') = 8, s(B - A) = 5 \text{ ve } s(B' \cup A) = 14$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

3. A ve B aynı evrensel kümenin alt kümeleridir.

$$s(B) = 9, s(A') = 12 \text{ ve } s(B') = 6$$

olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. A, B ve C, E evrensel kümesinin alt kümeleri ve A ile C ayrı iki küme olmak üzere,

$$(A \cap B) \cap [A' \cup (B - C)]'$$

kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) A' B) C' C) $A' \cap B$
 D) $A \cup C$ E) $A \cap B$

5. E evrensel küme, $A \subset E$ ve $B \subset E$ olmak üzere,

$$s(B) = 12, s(A \cup B) = 18, s(A - B)' = 13 \text{ ve}$$

$$s(A') = 6$$

olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

6. A ve B kümeleri için,

$$\frac{s(A)}{s(A \cap B)} = \frac{7}{5} \text{ ve } \frac{s(B)}{s(A \cap B)} = \frac{5}{3}$$

olduğuna göre, $A \cup B$ kümesi en az kaç elemanlıdır?

- A) 19 B) 21 C) 25 D) 31 E) 39

7. A ve B iki küme olmak üzere,

$$4.s(A - B) = 3.s(B - A) = 6.s(A \cap B)$$

$$\text{ve } s(A \cup B) = 27$$

olduğuna göre, $s(A' - B')$ kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

KÜMELER - III

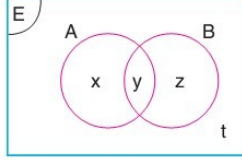
Küme Problemleri

TANIM

➔ $A \subset E, B \subset E$

A ve B iki küme olmak üzere;

A veya B den

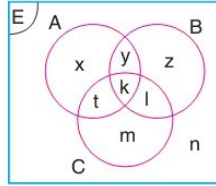


- En az bir kümeye ait elemanlar kümesi: $\{x, y, z\}$
- Sadece bir kümeye ait elemanlar kümesi: $\{x, z\}$
- En çok bir kümeye ait elemanlar kümesi: $\{x, z, t\}$
- A veya B ye ait olmayan elemanlar kümesi: $\{t\}$
- A ve B ye ait olmayan elemanlar kümesi: $\{x, z, t\}$

➔ $A, B, C \subset E$

A, B ve C üç farklı küme olmak üzere;

A, B veya C den

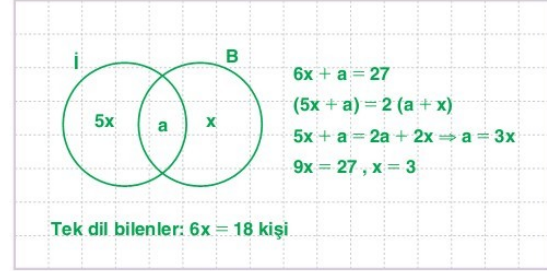


- En çok bir kümeye ait elemanlar kümesi: $\{x, z, m, n\}$
- En az bir kümeye ait elemanlar kümesi: $\{x, y, z, t, k, l, m\}$
- Sadece bir kümeye ait elemanlar kümesi: $\{x, z, m\}$
- Sadece iki kümeye ait elemanlar kümesi: $\{y, t, l\}$
- En az iki kümeye ait elemanlar kümesi: $\{y, t, l, k\}$

ÖRNEK 1

İngilizce veya Almanca dillerini bilenlerden oluşan 27 kişilik bir turist kafilesinde İngilizce bilenler, Almanca bilenlerin iki katıdır. Sadece İngilizce bilenler, sadece Almanca bilenlerin 5 katıdır.

Buna göre, tek dil bilen kaç turist vardır?



ÖRNEK 2

28 kişilik bir sınıfta herkes en az bir dil bilmektedir.

En az iki dil bilenler 17 kişi olduğuna göre, bir dil bilen kaç kişi vardır?

Bir dil bilenler = Tamamı – En az iki dil bilenler
 $28 - 17 = 11$ kişi

ÖRNEK 3

Bir restoranda müşteriler A, B ve C yemek çeşidinden yalnızca birini yemiştir. A yemeğini yemeyen 54 kişi, B yemeğini yemeyen 36 kişi, C yemeğini yemeyen 96 kişi vardır.

Herkes yemek yediğine göre, restoranda kaç kişi yemek yemiştir?

$s(A) = a, s(B) = b, b(C) = c$ olsun.
 $b + c = 54$
 $a + c = 36$
 $a + b = 96$
 $2(a + b + c) = 186$
 $s(E) = a + b + c = 93$

ÖRNEK 4

Bir sınıftaki öğrencilerden bütünlemeye kalanların % 65 i matematikten, % 80 i fizik dersinden kalmıştır.

Her iki dersten geçenler 20 kişi, her iki dersten kalan 9 kişi olduğuna göre, sınıfın mevcudu kaç kişidir?

E Bütünlemeye kalan kişi sayısı

$= 100x$
 $s(M) = 65x$
 $s(F) = 80x$
 $100x = 65x + 80x - 9$
 $100x = 145x - 9 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

Bütünlemeye kalanlar: $100x = 20$
 Sınıf mevcudu: $20 + 20 = 40$

ÖRNEK 5

Beden eğitimi dersinde futbol oynamak isteyen 31 kişi, basketbol oynamak isteyen 26 kişi, hentbol oynamak isteyen 14 kişi vardır.

Futbol ve basketbol oynamak isteyen 14, futbol ve hentbol oynamak isteyen 8, basketbol ve hentbol oynamak isteyen 7, üç branşta birden oynamak isteyen 5 kişi olduğuna göre, bu sınıfın mevcudu kaç kişidir?

$$s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$$

$$s(A \cup B \cup C) = 31 + 26 + 14 - 14 - 8 - 7 + 5 = 47$$

ÖRNEK 6

Matematik dersinden geçen ve kalanlardan oluşan bir sınıfta erkek veya matematikten geçen öğrenci sayısı 19, kız veya matematikten kalan öğrenci sayısı 20, matematikten geçen kız öğrenci sayısı matematikten kalan erkek öğrenci sayısından 1 fazladır.

Buna göre, sınıftaki kız öğrenciler erkeklerden ne kadar fazladır?

	Erkek	Kız
M	a	x + 1
M'	x	b
+	(a + x)	(x + 1 + b)

$-/a + x + x + 1 = 19$
 $x + 1 + b + x = 20$
 $b - a = 1$
 $s(K) - s(E) = b - a + 1 = 2$

ÖRNEK 7

Bir kutudaki şekerlerin %40 ı mavi, %30 u sarı renktedir.

Tüm şekerlerin %60 ı naneli ise mavi renkteki şekerlerin en az yüzde kaç nanelidir?

Tüm şekerler: $100x$

Mavi	Sarı	Diğer
$40x$	$30x$	$10x$

Naneli olanlar: $60x$

$x = \frac{1}{10}$ için

Mavi	Sarı	Diğer
4	3	1

Naneli: 6

En az %50 si mavi naneli şekerdir.

ÖRNEK 8

Matematik veya fizikten kalanların da bulunduğu 30 kişilik bir sınıfta en çok bir dersten kalan 25 kişi, matematikten geçen 13 kişi, fizikten kalan 14 kişidir.

Buna göre, her iki dersten de geçen kaç kişi vardır?

M: Matematikten kalanlar kümesi
F: Fizikten kalanlar kümesi

E

$a + b + c + d = 30$
 $a + c + d = 25$
 $c + d = 13$
 $b + c = 14$

Verilenlere göre,
 $a = 12, b = 5, c = 9, d = 4$
 her iki dersten geçen kişi sayısı: $d = 4$ tür.

ÖRNEK 9

35 kişilik bir sınıfta gözlüklü erkek sayısı, gözlüksüz kız sayısının 2 katı, gözlüklü kız sayısı gözlüksüz erkek sayısının 3 katından 5 fazladır.

Bu sınıfta gözlüksüz 9 kişi olduğuna göre, sınıftaki kız öğrenci sayısı kaçtır?

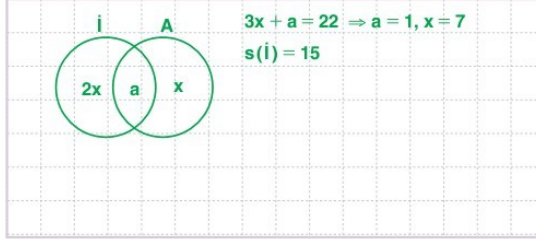
	Erkek	Kız
Gözlüklü	$2x$	$3y + 5$
Gözlüksüz	y	x

$-3/x + y = 9$
 $3x + 4y + 5 = 35$
 $y = 3, x = 6 \Rightarrow$ Kız sayısı = 20

ÖRNEK 10

İngilizce veya Almanca bilenlerden oluşan 22 kişilik bir toplulukta yalnız İngilizce bilenler, yalnız Almanca bilenlerin iki katıdır.

Buna göre, bu grupta İngilizce bilen en az kaç kişi vardır?



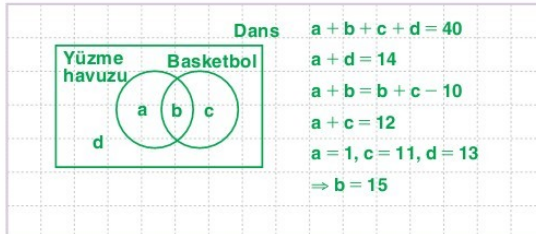
ÖRNEK 11

Bir şehirde bulunan 40 tane spor kompleksinde yüzme havuzu, dans eğitimi ve basketbol sahasından en az biri bulunmaktadır.

Spor kompleksleri ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Her spor kompleksinde dans eğitimi bulunmaktadır.
- Basketbol sahası bulunmayan spor kompleksi sayısı 14 tür.
- Yüzme havuzu bulunan spor kompleksi sayısı, basketbol sahası bulunan spor kompleksi sayısından 10 eksiktir.
- Üçünden yalnız ikisinin bulunduğu spor kompleksi sayısı 12 dir.

Buna göre, üçünün de bulunduğu spor kompleksi sayısı kaçtır?

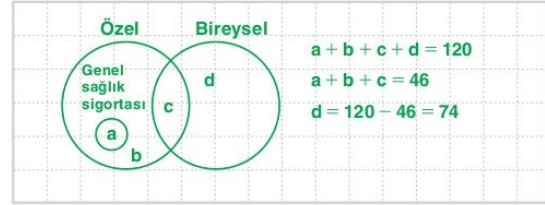


ÖRNEK 12

Bir iş yerinde çalışan 120 kişi ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Genel Sağlık Sigortası kapsamında çalışan herkesin özel sağlık sigortası bulunuyor.
- Bireysel emeklilik yatırımı olanlar Genel Sağlık Sigortalı değildir ama özel sağlık sigortası vardır.
- Özel sağlık sigortası olanların sayısı 46 dır.

Buna göre, yalnızca bireysel emeklilik yatırımı olanların sayısı kaçtır?

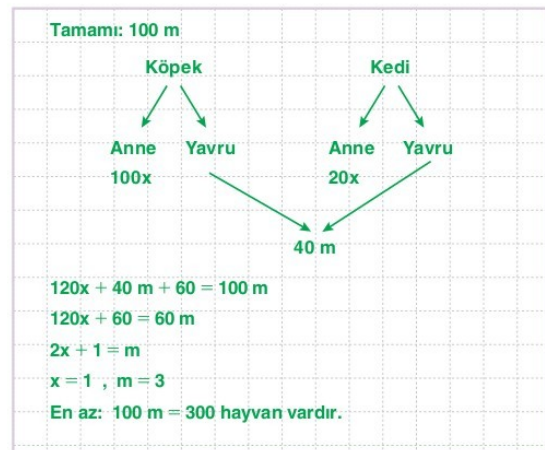


ÖRNEK 13

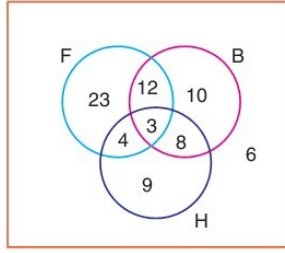
Bir çiftlikte bulunan hayvanlar ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Anne kedilerin sayısı, anne köpeklerin sayısının %20 si kadardır.
- Yavru köpek veya yavru kedilerin sayısı, tüm çiftliğin %40 ı kadardır.
- Çiftlikte kedi veya köpek dışında 60 tane hayvan vardır.

Buna göre, çiftlikte toplamda en az kaç tane hayvan vardır?



1. Aşağıdaki şema bir sınıfın beden dersinde yaptıkları spor branşlarını göstermektedir.



Buna göre aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) En çok bir oyunu oynayan 48 kişi
 B) En az iki oyunu oynayan 27 kişi
 C) En az bir oyunu oynayan 69 kişi
 D) En çok iki oyunu oynayan 66 kişi
 E) İki oyunu oynayan 24 kişi
2. 36 kişilik bir sınıfta masa tenisi oynayan kızların sayısı oynamayan kızların sayısına eşit ve masa tenisi oynayan erkeklerin sayısının üç katıdır.

Erkeklerin sayısı kızların sayısının yarısı olduğuna göre, bu sınıfta masa tenisi oynamayan kaç erkek vardır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24
3. 32 kişilik bir sınıfta sadece futbol oynayanların sayısı, sadece basketbol oynayanların sayısı ve bu iki sporu yapmayanların sayısı eşittir.

Bu sınıfta hem futbol hem basketbol oynayan öğrenci sayısı aşağıdakilerden hangisi **olamaz**?

- A) 2 B) 5 C) 8 D) 12 E) 14

4. İngilizce, Almanca ve Fransızca bilenlerden oluşan 52 kişilik bir toplulukta sadece bir dil bilen 22 kişi, her üç dili de bilen 14 kişidir.

Buna göre, sadece iki dil bilen kaç kişi vardır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

5. 40 kişilik bir turist kafilesinde İngilizce bilen 14, Fransızca bilen 20 kişi vardır.

İngilizce veya Fransızca bilen 28 kişi olduğuna göre, her iki dili de bilmeyen kaç kişi vardır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 8 E) 7

6. 100 kişilik bir turist kafilesinde sarışın olmayan bayanların sayısı, sarışın erkeklerin sayısının 4 katına eşittir. Bayanların sayısı erkek sayısından 24 fazladır.

Bu grupta sarışın olmayan erkek sayısı 32 ise sarışın bayan sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 24 C) 30 D) 32 E) 38

7. Bir sınıftaki öğrenciler, satranç, dama ve briç oyunlarından en az birini oynayanlardan oluşmaktadır.

Her üç oyunu da oynayan kimsenin bulunmadığı sınıfın % 70'i satranç, % 60'ı dama ve % 50'si briç bilmektedir.

Buna göre, sınıfın yüzde kaç sadece bir oyun bilmektedir?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

1. A, B, C gazetelerinden en az birinin okunduğu 32 kişilik bir sınıfta üç gazeteyi de okuyan 2 kişi, A ve B yi okuyan 6 kişi, A ve C yi okuyan 7 kişi, B ve C yi okuyan 5 kişi vardır.

Buna göre, bu sınıfta en çok 1 gazete okuyan kaç kişi vardır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

2. Herkesin meyve topladığı bir toplulukta üç meyveyi de toplayan kimse bulunmamaktadır. Ayva toplayan 17 kişi, elma toplayan 23 kişi, armut toplayan 16 kişidir. En az iki meyve toplayanların sayısı 14 tür.

Buna göre, yalnız bir meyve toplayanların sayısı kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21

3. 20 kişilik bir sınıfta;

1. Futbol veya basketbol oynayanların sayısı futbol ve basketbol oynayanların 3 katı
2. Futbol ve basketbol oynayanların sayısı futbol veya basketbol oynamayanların sayısının 3 katıdır.

Buna göre, sadece futbol oynayanlar ile sadece basketbol oynayanların toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) 18

4. Bir sınıfın % 70 i matematikten, % 60 ı fizikten kalmıştır. Matematikten kalanların % 80 inin notu 1 dir.

Fizikten kalanlardan matematiği 1 olan en az kaç öğrenci vardır?

- A) 8 B) 16 C) 20 D) 24 E) 30

5. En çok iki dil ve en az bir dil konuşabilenlerin bulunduğu 40 kişilik bir sınıfta Almanca konuşamayanlar diğer dili de konuşmamaktadır.

İngilizce veya Fransızca konuşabilen 16 kişi olduğuna göre, yalnızca Almanca konuşan kaç kişi vardır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 32

6. Bir grubun %70 i basketbol, %40 ı voleybol oynayabiliyor, %10 u ise her iki oyunu da oynayamıyor.

Yalnız voleybol oynayabilen 8 kişi olduğuna göre, basketbol oynayabilen kaç kişi vardır?

- A) 21 B) 27 C) 28 D) 32 E) 38

7. Bir dershanede toplam 100 tane matematik ve fizik öğretmeni vardır. Bayan fizik öğretmenlerinin sayısı erkek matematik öğretmenlerinin sayısının 3 katıdır. Bayanların sayısı erkeklerden 20 fazladır.

Bu dershanede erkek fizik öğretmenlerinin sayısı 26 olduğuna göre, bayan matematik öğretmenlerinin sayısı kaçtır?

- A) 32 B) 30 C) 20 D) 18 E) 15

1. Obua, sentur veya keman çalabilen kursiyerlerin bulunduğu 30 kişilik bir müzik kursunda sentur çalabilen herkes obua çalabilmektedir. Bu müzik aletlerinden her üçünü de çalabilenler 5 kişidir.

Sadece iki aleti çalabilenler, sadece bir alet çalabilenlerin 4 katı olduğuna göre, yalnız bir tane alet çalabilen kaç kişi vardır?

A) 20 B) 15 C) 10 **D) 5** E) 0

2. 40 kişilik bir toplulukta herkes kırmızı rengi sevmektedir. Bu toplulukta sarı rengi sevmeyen 24 kişi, mor rengi sevmeyen 12 kişi, sarı ve mor rengi seven 8 kişidir.

Buna göre, yalnızca kırmızı rengi sevenlerin sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. Bir kurumda çalışanların yarısı evlidir. Çalışanların bir kısmı hafta içi bir kısmı da hafta sonu izin kullanmaktadır. Hafta içi izin kullanan bekâr çalışanlar hafta sonu izin kullanan evli çalışanların 3 katıdır.

Hafta sonu izin kullanan çalışan sayısı 38 olduğuna ve bu kurumda izin kullanmayan çalışan olmadığına göre, toplam çalışan sayısı en az kaçtır?

A) 60 B) 70 **C) 80** D) 90 E) 100

4. Matematik, fizik ve kimya derslerinin en az birinden kalan öğrencilerden oluşan bir toplulukta matematik ve fizikten kalan 15, matematik ve kimyadan kalan 13, fizik ve kimyadan kalan 9 öğrenci vardır.

Her üç dersten de kalan 5, sadece bir dersten kalan 18 kişi olduğuna göre, toplulukta kaç öğrenci vardır?

A) 60 **B) 45** C) 40 D) 35 E) 20

5. Herkesin A, B ve C gazetelerinden en az birini okuduğu 75 kişilik bir toplulukta,

- Her üç gazeteyi okuyanların sayısı 9 dur.
- Sadece bir gazete okuyanların sayıları eşittir.
- Bu gazetelerden sadece ikisini okuyanlar vardır ve sayıları eşittir.

Buna göre, A gazetesini okuyanların sayısı en az kaçtır?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 **E) 32**

6. A, B ve C sporlarından en az birini yapanların oluşturduğu toplulukta A yı yapanların hiçbirisi B yi yapmamakta, C yi yapanların %40 ı A yı yapmakta, geri kalanların yarısı B yi yapmaktadır. A yı yapanların sayısı B yi yapanların sayısının %50 sidir. B ve C yi yapanların sayısı 6 dır.

Bu toplulukta kişi sayısı 50 den az olduğuna göre, B sporunu yapan en çok kaç kişi vardır?

A) 24 B) 25 **C) 28** D) 30 E) 34

1. Bir otelde en az 2 tane restoran bulunmaktadır.

Otelde bulunan A ve B restoranları ve otelde konaklayan misafirler ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Yalnız A restoranında yemek yiyen sayısı yalnız B restoranında yemek yiyenlerin sayısından 20 eksiktir.
- İki restorandan en çok birinde yemek yiyen 18, en az birinde yemek yiyen 20 kişi vardır.
- Bu restoranların ikisinde de yemek yemeyen 6 kişidir.

Buna göre, B restoranında yemek yiyen kaç kişidir?

- (A) 24 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

2. Bir öğretmen sınıfındaki öğrencilerin A, B ve C kitaplarından hangilerini okudukları ile ilgili aşağıdaki bilgileri edinmiştir.

- Öğrencilerin tümü bu üç kitaptan en az birini okumuştur.
- A kitabını okuyanlar sınıfın %80 ini, B kitabını okuyanlar sınıfın %37 sini, C kitabını okuyanlar sınıfın %40 ını oluşturmaktadır.
- Üç kitabı da okuyanlar sınıfın %10 u kadardır.

Buna göre, A, B ve C kitaplarından sadece ikisini okuyanlar sınıfın yüzde kaçına eşittir?

- (A) 37 B) 30 C) 20 D) 15 E) 10

3. Dans veya tiyatrodan en az biri ile ilgilenen öğrencilerin bulunduğu bir topluluğun %60 ı dans ile %55 i tiyatro ile ilgilenmektedir.

Bu toplulukta yalnızca dans ile ilgilenenler 9 kişisi olduğuna göre, yalnızca tiyatro ile ilgilenen kaç kişidir?

- A) 10 B) 9 (C) 8 D) 7 E) 6

4. Bir marketten öğrencileri için 3 lü, 4 lü veya 5 li paketlerde şeker alan öğretmenler ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Alışveriş yapan toplam öğretmen sayısı 24 tür.
- 3 lü paket alan öğretmen sayısı 18 dir.
- 5 li paket alan herkes 3 lü ve 4 lü paketlerden almıştır.
- En fazla iki çeşit paket alan öğretmen sayısı 12 dir.

Buna göre, üç çeşit paket alan öğretmen sayısı ile yalnızca 4 lü paket alan öğretmen sayısının toplamı kaçtır?

- A) 16 (B) 18 B) 20 D) 22 E) 24

5. Sadece İzmir'li, Aydın'lı, Ankara'lı ve İstanbul'lu yolcuların bulunduğu bir trende İzmir'li olmayan 23 kişi, Aydın'lı olmayan 41 kişi, Ankara'lı olmayan 34 kişi ve İstanbul'lu olmayan 46 kişi vardır.

Bu trendeki İzmir'li yolcu sayısı Ankara'lı yolcu sayısından kaç fazladır?

- (A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

6. Bir toplulukta flüt ve gitar çalanlarla çalmayan öğrenciler vardır. Flüt çalanların hepsi gitar da çalmaktadır.

En az birini çalanlar 12, en çok birini çalanlar 18 ve flüt çalanlarla hiç birini çalamayanların sayıları toplamı 20 kişisi olduğuna göre, bu topluluk kaç kişiden oluşmaktadır?

- A) 22 B) 23 C) 24 (D) 25 E) 26

1. 200 kişinin katıldığı bir deneme sınavında, öğrencilerin %65 i sayısal, %75 i sözel başarıyla olmuştur. Sözel başarıyla olanların %48 inin matematik neti 40 in üzerindedir.

Buna göre, sayısal ve sözel başarıyla olanlardan matematik neti 40 in altında olan en çok kaç kişi vardır?

A) 80 B) 78 C) 76 D) 74 E) 72

2. 60 kişilik bir grup, İngilizce ve Almanca bilenlerle bilmeyenlerden oluşmuştur. İngilizce bilenlerin sayısı, İngilizce veya Almanca bilmeyenlerin sayısının 6 katıdır. Grupta sadece İngilizce bilenlerin sayısı her iki dili bilenlerin sayısının yarısı kadardır.

Buna göre, Almanca bilen 45 kişi varsa sadece Almanca bilen kaç kişi vardır?

A) 27 B) 26 C) 25 D) 24 E) 23

3. Bir sağlık ocağında 40 yaşın üzerindeki doktorların sayısı, 40 yaşın altındaki hemşirelerin sayısının iki katıdır. Hemşirelerin sayısı, doktorların sayısından 20 fazladır.

Sağlık ocağında 30 kişi 40 yaşın altında olduğuna göre, 40 yaşın üzerinde kaç tane hemşire vardır?

A) 40 B) 41 C) 45 D) 47 E) 50

4. A, B ve C gazetelerinin okunduğu bir lokalde A gazetesini okuyan 18, B gazetesini okuyan 22, A ve B gazetesini okuyan 6, A ve C gazetesini okuyan 8, B ve C yi okuyan 10, her üç gazeteyi de okuyan 2 kişi vardır.

Buna göre, gazete okuduğu halde C gazetesini okumayan kaç kişi vardır?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

5. 60 kişilik bir grupta şapkalı ve gözlüksüz 32 kişi, gözlüklü ve şapkasız 8 kişi vardır. Şapkalı ve gözlüklü olanların sayısı, şapkasız ve gözlüksüzlerin sayısının 4 katıdır.

Buna göre, grupta gözlüksüz kaç kişi vardır?

A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

6. Araba, yapboz ve oyun hamurunun satıldığı bir oyuncakçıda,

- Yapboz alan herkes araba ve oyun hamuru satın almaktadır.
- En az iki ürün alanlar 24 kişidir.
- Oyun hamuru veya araba alıp yapboz almayan 42 kişidir.

Oyuncakçıda toplam 64 tane ürün satıldığına göre, sadece araba ve oyun hamuru alan kaç kişi vardır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

KÜMELER - IV

İki Kümenin Kartezyen Çarpımı

TANIM

➔ Boş kümeden farklı herhangi A ve B kümeleri verilsin. A kümesinden alınan bir a elemanı ve B kümesinden alınan bir b elemanı ile sıra gözetilerek oluşturulan (a, b) biçimindeki ifadelere **sıralı ikili** denir.

$a \neq b$ için $(a, b) \neq (b, a)$

$(a, b) = (c, d)$ için $a = c$ ve $b = d$ dir.

ÖRNEK 1

$$(2x - 4, y - 3) = (x + 5, 2y - 12)$$

eşitliğinde $x^2 + y^2$ toplamını bulunuz.

$$\begin{aligned} 2x - 4 &= x + 5, & x &= 9 \\ y - 3 &= 2y - 12, & y &= 9 \\ x^2 + y^2 &= 162 \end{aligned}$$

ÖRNEK 2

$$(2^x - x, 3^y + y) = (27, 85) \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Buna göre, $x + y$ toplamını bulunuz.

$$\begin{aligned} x = 5 \text{ için } 2^5 - 5 &= 27 \\ y = 4 \text{ için } 3^4 + 4 &= 85 \\ x + y &= 9 \end{aligned}$$

ÖRNEK 3

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{a, b, c\},$$

$$C = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

kümesini gösteriniz.

$$C = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (3, a), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c), (5, a), (5, b), (5, c)\}$$

BİLGİ

➔ A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere, birinci bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınarak oluşturulan tüm sıralı ikililerin kümesine **A kartezyen B kümesi** denir.

"A x B" biçiminde gösterilir.

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ ve } b \in B\} \text{ olur.}$$

ÖRNEK 4

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ve } B = \{a, b\}$$

kümeleri için $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerini bulunuz.

$$\begin{aligned} A \times B &= \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\} \\ B \times A &= \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\} \end{aligned}$$

ÖRNEK 5

$$A = \{x \mid |x - 2| \leq 1, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{y \mid |y - 3| \leq 1, y \in \mathbb{Z}\}$$

$$C = A \cap B \text{ ve } D = A \cup B$$

kümeleri veriliyor.

$s(C \times D) = s(C) \cdot s(D)$ olduğuna göre, $C \times D$ kümesinde kaç tane sıralı ikili vardır?

$$\begin{aligned} A : -1 &\leq x - 2 \leq 1 \\ 1 &\leq x \leq 3 \Rightarrow A = \{1, 2, 3\} \\ B : -1 &\leq y - 3 \leq 1 \\ 2 &\leq y \leq 4 \Rightarrow B = \{2, 3, 4\} \\ C &= \{2, 3\} \text{ ve } D = \{1, 2, 3, 4\} \text{ bulunur.} \\ s(C \times D) &= s(C) \cdot s(D) = 2 \cdot 4 = 8 \end{aligned}$$

1. 162 2. 9 3. $\{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (3, a), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c), (5, a), (5, b), (5, c)\}$

4. $A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$,
 $B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$ 5. 8

BİLGİ

➔ $s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere,
 $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = m \cdot n$ olur.

Özellikler

- $A \times A = A^2$, $A \times A \times A = A^3$
- $A \times B \neq B \times A$
- $(A \times B) \times C \neq A \times (B \times C)$
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$
 $s(A \times B \times C) = s(A) \cdot s(B) \cdot s(C)$

ÖRNEK 6

$$A = \{x \mid 2 < x < 16, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{y \mid 12 \leq y < 80, y = 3n, n \in \mathbb{Z}^+\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?

$$s(A) = 13$$

$$s(B) = \frac{78 - 12}{3} + 1 = 23$$

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 299$$

ÖRNEK 7

$$A \cap C = \{-2, 0, 1, 2, 3\}, s[(A \times B) \cap (C \times B)] = 30$$

olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

$$s[(A \times B) \cap (C \times B)] = s[(A \cap C) \times B] = s(A \cap C) \cdot s(B)$$

$$30 = 5 \cdot s(B) \Rightarrow s(B) = 6$$

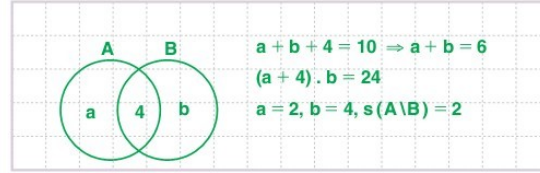
ÖRNEK 8

$$s[(A \cup B)] = 10$$

$$s[(A \cap B)] = 4$$

$$s(A \times (B - A)) = 24$$

olduğuna göre, $s(A \setminus B)$ kaçtır?



ÖRNEK 9

A, B ve C birer küme olmak üzere,

$$B \times A = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$$

$$A \times C = \{(a, x), (a, y), (b, x), (b, y), (c, x), (c, y)\}$$

olmak üzere, $s[(A \cup B) \times C]$ kaçtır?

$$A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2\}, C = \{x, y\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, 1, 2\}$$

$$s[(A \cup B) \times C] = s(A \cup B) \cdot s(C) = 5 \cdot 2 = 10$$

ÖRNEK 10

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70\}$$
 olmak üzere,

$A \times B$ kümesinin elemanı olan sıralı ikililerin bileşenlerinin toplamı büyükten küçüğe doğru azalacak şekilde sırayla kümeye yazılıyor.

Buna göre, 24. sırada hangi sıralı ikili yazılır?

$$A \times B = \{(4, 70), (3, 70), (2, 70), \dots, (0, 10)\}$$

70 in bulunduğu sıralı ikili: 5 tane

60 in bulunduğu sıralı ikili: 5 tane

50 nin bulunduğu sıralı ikili: 5 tane

40 in bulunduğu sıralı ikili: 5 tane

30 un bulunduğu sıralı ikili: 5 tane

24. sırada (1, 30) ikilisi bulunur.

ÖRNEK 11

A, B ve C birer küme olmak üzere,

$$s(A \times B) = 24$$

$$s(A \times C) = 16$$

olduğuna göre, $s(A)$ nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

$$s(A) \cdot s(B) = 24$$

$$s(A) \cdot s(C) = 16$$

$$s(A) = 1, 2, 4, 8$$

ÖRNEK 12

A ve B kümeleri için,

- $A \subset B$
- $B - A = \{a, b, c, d\}$

A nın öz alt küme sayısı 15 ise $A \times B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

$$s(A) = n, 2^n - 1 = 15, n = 4$$

$$s(B - A) = 4, s(B) = 4 + 4 = 8$$

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 4 \cdot 8 = 32$$

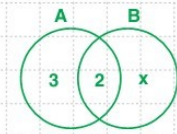
ÖRNEK 13

$$s(A - B) = 3$$

$$s(A \cap B) = 2$$

$$s[(B \times A) \cup (A \times A)] = 40$$

olduğuna göre, $s(B \cap A')$ kaçtır?



$$s(B \cap A') = 3$$

$$\begin{aligned} s[(B \times A) \cup (A \times A)] &= 40 \\ &= \frac{s(B \cup A)}{8} \cdot \frac{s(A)}{5} = 40 \\ &\Rightarrow 5 + x = 8 \\ &x = 3 \end{aligned}$$

Kartezyen Çarpımın Grafiği

TANIM

➔ $A \times B$ kümesinin grafiği çizilirken A kümesinin elemanları yatay eksene, B kümesinin elemanları dikey eksene yerleştirilir ve eşleşen noktalar kapalı eğri içine alınır.

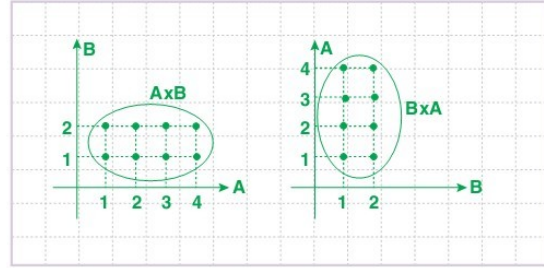
ÖRNEK 14

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerinin grafiklerini çiziniz.

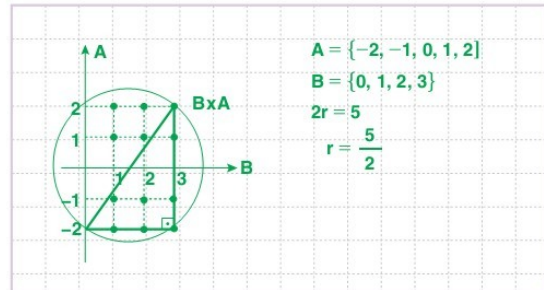


ÖRNEK 15

$$A = \{x \mid -3 < x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\} \text{ olmak üzere,}$$

$B \times A$ kümesinin hiçbir elemanını dışarıda bırakmayacak şekilde çizilebilecek en küçük çemberin yarıçapını bulunuz.



$$\begin{aligned} A &= \{-2, -1, 0, 1, 2\} \\ B &= \{0, 1, 2, 3\} \\ 2r &= 5 \\ r &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

1. $(a^2 + 2, b - 1) = (b + 2, 1 - a)$

eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 **E) -1**

2. $(y^{y-7}, 2x - y) = (81, -21)$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -6** B) -4 C) 0 D) 2 E) 4

3. $s(A) = 3$ ve $s(B) = 5$

$$s[(A \times B) \cup (A \times C)] = 24$$

olduğuna göre, C kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 5 **D) 3** E) 2

4. $A = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, 2x - y = 4\}$

verildiğinde aşağıdakilerden hangisi $A \times A$ kümesinin elemanı değildir?

- A) (0, -4) B) (-2, -8) C) (1, -2)
D) (2, 0) **E) (-3, 10)**

5. $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{Z}\}$

$$B = \{y \mid 2 \leq y \leq 8, y \in \mathbb{Z}\}$$

kümeleri veriliyor.

$$C = \{(x, y) \mid x \leq y, (x, y) \in A \times B\}$$

C kümesinin hiç bir elemanını dışarıda bırakmadan çizilebilen en küçük şeklin alanı kaç birimkaredir?

- A) 18 B) 20 **C) 22** D) 24 E) 26

6. $A = \{-1, 0, 1, 2\}$

$$B = \{-1, 0, 1\}$$

olduğuna göre, $A \times B$ kümesinin tüm elemanlarını içine alan en küçük çemberin çevresi kaç π birimdir?

- A) 4 **B) $\sqrt{13}$** C) $2\sqrt{3}$ D) 3 E) $\sqrt{2}$

7. A ve B boş kümeden farklı kümelerdir.

$$s(A) + s(B) = 9$$

$$s(A \times A) - s(B \times B) = 9$$

olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?

- A) 8 B) 14 **C) 20** D) 24 E) 32

1. Boş kümeden farklı A, B ve C kümeleri için,

- $s(A \cup B) = 6$
- $C \subseteq B$
- $s[(B \times C) \cap (A \times C)] = 18$

olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

- A) 2 B) 4 **C) 6** D) 9 E) 12

2. $A = \{x \mid 1 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$ ve
 $B = \{(x, y) \mid \frac{y}{x^2} \in \mathbb{Z} \text{ ve } (x, y) \in A \times A\}$
 kümeleri veriliyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 **D) 3** E) 2

3. $s(A) - s(B) = 8$

$$s(A \times A) - s(B \times B) = 96$$

olduğuna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?

- A) 16 B) 18 **C) 20** D) 24 E) 30

4. $A = \{x \mid x < 4, x \in \mathbb{N}\}$

$$B = \{x \mid -1 \leq x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$C = \{x \mid x < 10, x \text{ asal sayı}\}$$

olduğuna göre, $s[(A \cap B) \times (C \cap B')]$ kaçtır?

- A) 6 **B) 8** C) 10 D) 12 E) 14

5. $A = \{1, 2, 3\}$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C \subset A \times B$$

$$C = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B, x \neq y\}$$

olduğuna göre, $s(C)$ en çok kaçtır?

- A) 12 B) 10 **C) 9** D) 8 E) 6

6. $A = \{1, 2, c\}$

$$B = \{3, 4, d\}$$

$$A \times B = \{(1, 3), (m, 4), (1, d), (2, 3), (2, 4), (2, 5), \\ (3, 3), (c, 4), (c, d)\}$$

olduğuna göre, $c + m + d$ toplamı kaçtır?

- A) 9** B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

1. I. $A \times (B \cap C) = (A \times A) \cap (A \times C)$

II. $s(A \times B) = s(B \times A)$

III. $A \times B = B \times A$ ise $A = B$

IV. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

Yukarıda verilen bilgilerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 **(E) 4**

2. $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 20, x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{(a, b) \mid a + b < 40, a, b \in A\}$

Buna göre, $s(B)$ en çok kaçtır?

- A) 401 B) 400 **(C) 399** D) 398 E) 397

3. $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre, $A \times A$ nın tüm elemanlarını içine alan en küçük karenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 20 **(B) 16** C) 12 D) 8 E) 4

4. Reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı,

$A = \{(x, y) \mid 3x - a.y = 3\}$

$B = \{(x, y) \mid 4x + b.y = 38\}$

kümeleri veriliyor.

$(5, 3) \in A \cap B$ olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 32 **(B) 24** C) 20 D) 18 E) 12

5. $A \subset \mathbb{Z}, C \subset A^2$

$C = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 5\}$

Buna göre, $s(C)$ kaçtır?

- (A) 61** B) 51 C) 49 D) 48 E) 47

6. $A, B \subset E, s(A \times B) = m + 4$

$s(B \times A) = 12 - m$

olduğuna göre, $s(A)$ farkı kaç değer alır?

- A) 5 **(B) 4** C) 3 D) 2 E) 1

1. $A = \{\text{Sınıftaki İngilizce bilen öğrenciler}\}$
 $B = \{\text{Sınıftaki sarışın öğrenciler}\}$
 $C = \{\text{Sınıftaki gözlüklü öğrenciler}\}$
olduğuna göre, $(A \cup B) \cap (A \cap C^c)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\{\text{Sınıftaki İngilizce bilmeyen sarışın öğrenciler.}\}$
 B) $\{\text{Sınıftaki gözlüklü sarışın öğrenciler.}\}$
 C) $\{\text{Sınıftaki gözlüklü sarışın İngilizce bilen öğrenciler.}\}$
 D) $\{\text{Sınıftaki İngilizce bilen gözlüksüz sarışın öğrenciler.}\}$
 E) $\{\text{Sınıftaki İngilizce bilen sarışın olmayan gözlüksüz öğrenciler.}\}$

2. $A = \{x : x \in \mathbb{Z}, |x - 1| < 5\}$
 $B = \{x : x \in \mathbb{R}, |x + 1| \geq 2\}$
olduğuna göre, $A \cap B'$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $(-3, 1)$ B) $[-3, 1]$
 C) $\{-2, -1, 0\}$ D) $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$
 E) \emptyset

3. $A = \{x \in \mathbb{N} : 140 < x < 300\}$
kümesinin kaç elemanı 3 veya 4 ile bölünüp 12 ile tam bölünmez?
- A) 53 B) 66 C) 70 D) 83 E) 96

4. B, N ve S kümeleri için,
 $N \cap S = \{a, c, e\}$
 $N \cap B = \{a, b, d, f\}$

olduğuna göre, N kümesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\{a, c, f\}$ B) $\{a, c, f, g\}$
 C) $\{a, b, c, d, e\}$ D) $\{c, d, f, g\}$
 E) $\{a, b, c, d, e, f, g\}$

5. Bir kümenin x tane alt kümesi vardır.

Bu kümenin eleman sayısı 4 arttırılırsa, yeni kümenin kaç tane alt kümesi olur?

- A) $x + 2$ B) $4x$ C) $x + 16$
 D) $16x$ E) $8x + 3$

6. N, S ve B kümeleri için,
 $N = \{a, b\}$
 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$

kümeleri veriliyor.

$N \subset S \subset B$ koşuluna uyan kaç tane B kümesi vardır?

- A) 2 B) 6 C) 8 D) 14 E) 32

1. A ve B boştan farklı iki kümedir.

A – B nin alt küme sayısı A \cap B nin alt küme sayısının 2 katı ve B – A nin alt küme sayısının $\frac{1}{4}$ ü kadardır.

Buna göre, A¹ kümesinin eleman sayısı B¹ kümesinin eleman sayısından kaç fazladır?

- A) 1 (B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $N = \{(a, b) \mid 2a + b = 12, a, b \in \mathbb{N}\}$

kümesinin öz alt küme sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{10} - 1$ B) $2^9 - 1$ C) $2^8 - 1$
(D) $2^7 - 1$ E) $2^6 - 1$

3. $N = \{5, 6, 7, d, e, f\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde harf bulunmaz?

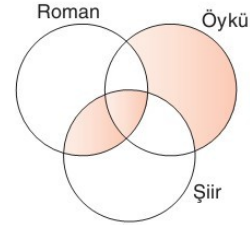
- A) 7 (B) 8 C) 24 D) 48 E) 56

4. 48 kişilik bir toplulukta 16 kişi gözlüklüdür. Gözlüklü sarışın sayısı ile sarışın olmayan gözlüksüz sayısı birbirine eşit ve 5 tir.

Buna göre, bu toplulukta gözlüklü olmayanlardan kaç sarışındır?

- A) 13 B) 17 C) 19 D) 25 (E) 27

5. Aşağıda bir sınıfta okuyan 4 öğrencinin 1 yıl içerisinde roman, öykü ve şiir olmak üzere, üç farklı türe ait okudukları kitap sayısı gösterilmektedir.



	Roman	Öykü	Şiir
Tufan	10	12	15
Ece	11	9	10
Arda	5	3	2
Gül	5	15	3

Her üç çeşit kitabın herbirinden en az 10 tane okuyan öğrencinin sözlü notlarından biri en az 80 verilmektedir.

Venn şemasında sözlü notu en az 80 olanlar taralı bölge içerisinde yer almaktadır.

Buna göre, hangi öğrenciler taralı bölge içerisinde yer alırlar?

- A) Gül ve Tufan
B) Ece ve Arda
(C) Tufan, Ece ve Gül
D) Arda ve Gül
E) Ece ve Gül

1. N ve S, ayrık olmayan ve aynı evrensel kümenin iki alt kümesi olduğuna göre,

$$(S - N^I) \cup (N - S)$$

kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) N B) S C) $N - S^I$
D) $N \cup S$ E) $N \cap S$

2. $s(A \cup B \cup C) = 20$

$$s(A) = 12$$

$$s(B) = 10$$

$$s(C) = 6$$

$$s(A \cap B) = 2, s(A \cap C) = 8$$

$$s(B \cap C) = 4$$

olduğuna göre, $(A \cap B \cap C)$ kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

3. Bir sınıftaki yeşil gözlü erkek sayısı, mavi gözlü kız sayısının 3 katı, yeşil gözlü kız sayısı mavi gözlü erkek sayısının 4 katıdır.

Bu sınıftaki kız öğrenci sayısı ile erkek öğrenci sayıları eşit olduğuna göre, bu sınıftaki öğrenci sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 40 B) 44 C) 48 D) 52 E) 55

4. Futbol, basketbol ve voleybol oyunlarından sadece birini oynayanların bulunduğu bir grupta futbol oynamayanlar 12 kişi, basketbol oynamayanlar 15 kişi, voleybol oynamayanlar 11 kişidir.

Buna göre, bu grupta kaç kişi vardır?

- A) 20 B) 19 C) 18 D) 15 E) 13

5. $A = \{a, b, c, d, e\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunur, b bulunmaz?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 15 E) 18

6. $A \subset E$, $B \subset E$, $C \subset E$ olmak üzere,

$$A \cap B \cap C \neq \emptyset$$

$$s(A) = 9,$$

$$s(B) = 11 \text{ ve } s(C) = 13 \text{ tür.}$$

Buna göre, $(A \cup B \cup C)$ kümesinin eleman sayısı en çok kaç olabilir?

- A) 29 B) 30 C) 31 D) 32 E) 33

7. $A \Delta B$ gösterimi, A ve B kümeleri arasındaki simetrik fark olarak adlandırılmaktadır.

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

eşitliği ile verilmektedir.

$$A = \{x \mid 20 \leq x < 50, x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{y \mid 12 \leq y \leq 36, y = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, $s(A \Delta B)$ kaçtır?

- A) 20 B) 23 C) 26 D) 29 E) 31

1. E evrensel küme, $A \subset E$, $B \subset E$ olmak üzere,

$$s(A') + s(B') = m$$

$$s(A) + s(B) = n$$

olduğuna göre, $s(E)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

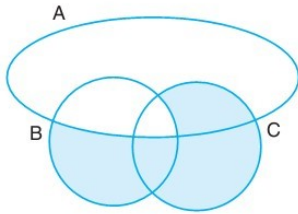
- A) $m + n$ **B) $\frac{m+n}{2}$** C) $2(m+n)$
D) $\frac{m-n}{2}$ E) $m-n$

2. Satranç, dama ve briç oyunlarından en az birini bilenlerden oluşan bir grupta 4 kişi her üç oyunu da bilmektedir.

Dama bilmeyen 16 kişi, dama bilip briç bilmeyen 10 kişinin bulunduğu 46 kişilik grupta sadece briç ve dama bilen kaç kişi vardır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 **E) 16**

- 3.



Şekildeki taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $(B \cup C) - (A \cap B)$ B) $A - (B \cup C)$
C) $(B \cup C) \cap (A' \cup B')$ D) $(B \cup C) \cap (A - B)$
E) $A \cap (B - C)$

4. A ve B kümeleri için,

$$3s(A) = s(B), s(B - A) = 16 \text{ ve } A \cap B$$

kümesinin alt küme sayısı 32 olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 **E) 23**

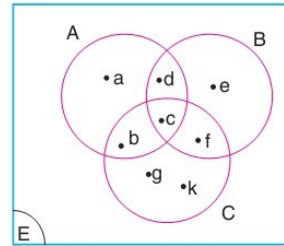
5. $A = \{x : x = 6n, 150 \leq x \leq 450, n \in \mathbb{N}\}$

$$B = \{y : y = 4n, 100 \leq y \leq 300, n \in \mathbb{N}\}$$

olduğuna göre, $A \cap B$ nin eleman sayısı kaçtır?

- A) 13 **B) 14** C) 15 D) 16 E) 17

- 6.



Şemada E evrensel kümesi, A, B ve C kümeleri gösterilmiştir.

Buna göre,

$$[(A \cap B) \setminus C]' \cap B$$

kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\{f, e\}$ B) $\{c, e\}$ C) $\{d, c, e, f\}$
D) $\{c, f, e\}$ E) $\{d, c, f\}$

1. Bir parfüm üretim firmasında çalışan 480 tane personele satış yapmaları için 2 li, 3 lü veya 4 lü set hâlinde hazırlanan; A, B veya C marka parfümlerin bulunduğu kutular dağıtılmıştır.

- 2 li set alan personelin yarısı A marka, diğer yarısı B marka parfüm satacaktır.
- A marka 3 lü parfüm seti satılmamaktadır.
- 4 lü set alan personelin yarısı A marka, diğer yarısı ise C marka parfüm satacaktır.
- C marka parfüm satanların $\frac{1}{4}$ ü 4 lü set halinde olan parfüm satacaktır.
- B markasından 2 li, 3 lü ve 4 lü parfüm seti satışını yapacak olan personel sayısı birbirine eşittir.

Her personel elinde bulunan parfümlerden en az 1 adet satacağına göre, C marka 4 lü parfüm setinin bulunduğu personel sayısı en çok kaçtır?

- A) 120 B) 96 C) 53 D) 48 E) 24

2. Bir ay içerisinde belli aralıklarla 13 gün kar yağmaktadır. Kar gece yağdığında gündüz yağmıyor veya gündüz yağdığında gece yağmamaktadır.



Toplamda 11 gündüz ve 16 gece kar yağmadığına göre, bu zaman dilimi içerisinde toplam kaç gün hiç kar yağmamıştır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3.

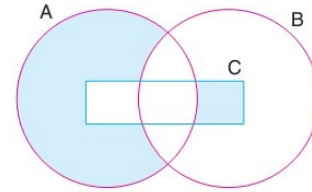
	Antalya	İzmir	Mersin
Tuğçe	✓	✓	✓
Berfu	✓		
Banu	✓	✓	
Meltem		✓	✓
Özge		✓	

Yukarıdaki tabloda isimleri verilen öğretmenlerin yaz tatilinde gittikleri şehirlerin isimleri işaretlenmiştir.

Aşağıdaki şekilde;

- A kümesi Antalya'ya gidenleri
- B kümesi İzmir'e gidenleri
- C kümesi Mersin'e gidenleri

ifade etmektedir.



Buna göre, taralı bölgenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. "TOLGA" kelimesinin harfleri yer değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız tüm kelimeler yazılıyor.

Bu kelimelerden "O" harfi "G" harfinin sağında olanlar A kümesini; "O" ile "L" arasında en az bir harf bulunanlar ise B kümesini oluşturduğuna göre $s(A \setminus B)$ kaçtır?

- A) 24 B) 32 C) 36 D) 48 E) 56

1. A, B ve C kümeleri için

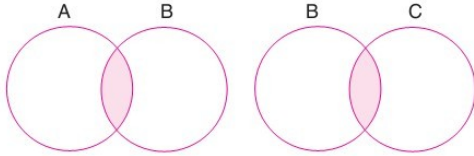
$$A = \{(a, a) : a \in \mathbb{R}^+\}$$

$$B = \{(a, a^2 - 6a) : a \in \mathbb{R}^+\}$$

$$C = \{(a, a + 8) : a \in \mathbb{R}^+\}$$

şeklinde tanımlanıyor.

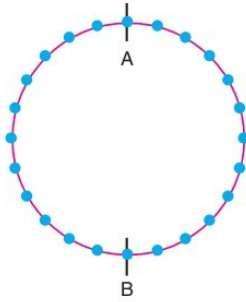
Buna göre,



yukarıdaki şekilde kesişen kümelerin taralı bölgesinde bulunan sıralı ikililer aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) (4, 4) ; (8, 10) B) (6, 6) ; (4, 8)
C) (6, 6) ; (8, 16) D) (8, 8) ; (8, 16)
E) (7, 7) ; (8, 16)

2. Aşağıdaki çember üzerine yerleştirilmiş 24 tane noktayı Eda A çizgisinden başlayarak saat yönünde 1, 2, 3 ... biçiminde ardışık sayma sayılarıyla, Seda ise B çizgisinden başlayarak pozitif yönde 1, 2, 3 ... biçiminde ardışık sayma sayıları ile isimlendiriyor.



Tüm noktalar isimlendirildikten sonra iki ismi de çift sayı ise bu iki sayının toplamı A kümesine yazılıyor. Eğer ikisi de asal sayı ise bu sayıların toplamı B kümesine yazılıyor.

Buna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

3. Esin ve Erhan aşağıda 1 den 9 a kadar rakamların yazılı olduğu düzenekler ile oyun oynuyorlar.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	



Esin



Erhan

Oyunun kuralları şu şekildedir;

- Esin ve Erhan ellerindeki topu kendi önlerinde bulunan düzende rakamlardan herhangi birine isabet edene kadar atıyor. Rakamlara isabet etmeyen atışlar geçerli sayılmıyor.
- Esin her iki atış için 3 ün katı olan fakat 4 ün katı olmayan iki basamaklı sayı oluşturmayı hedefliyor.

Örneğin;

1. atışta: 1

2. atışta: 8

Sayı: 18

- Erhan ise her üç atış için 5 in katı olan fakat 6 nın katı olmayan üç basamaklı sayı oluşturmayı hedefliyor.

Örneğin;

1. atışta: 5

2. atışta: 6

3. atışta: 5

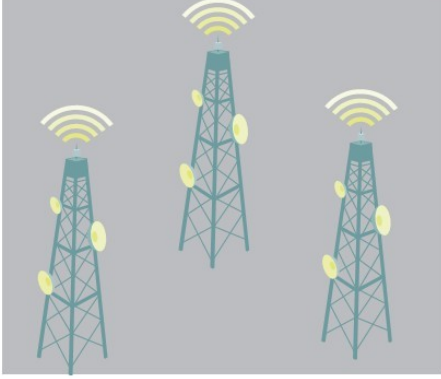
Sayı: 565

Esin ve Erhan plânladıkları birbirinden farklı bütün sayıları oluşturunca oyun bitiyor.

Buna göre, Esin ve Erhan toplamda en az kaç atış yapmış olabilir?

- A) 165 B) 240 C) 378 D) 494 E) 528

1. Bir şehre 3 farklı tip baz istasyonu kurulmuştur. Bu baz istasyonlarının yaydığı elektromanyetik dalgalar sayesinde cep telefonları iletişim için kullanılabilmektedir.



Bu baz istasyonları ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- A istasyonunun kapsama alanı ile B istasyonunun kapsama alanında ortak olan 12 tane bina bulunuyor.
- B istasyonunun kapsama alanı içerisinde A ve C istasyonlarının sinyalleri bulunuyor.
- C istasyonunun kapsama alanında 16 tane bina bulunuyor ve bunlardan bir kısmı B istasyonunun kapsama alanı içerisinde yer alıyor.
- B istasyonunun kapsama alanı içerisinde toplamda 18 tane bina bulunuyor.
- A ve B istasyonlarının kapsama alanları içerisinde yalnızca diğer istasyonlarla ortak bölgelerde bina bulunuyor. Sadece kendilerine ait kapsama alanlarında bina bulunmuyor.
- C istasyonunun kapsama alanı ile A istasyonunun kapsama alanı ortak değildir.

Buna göre, yalnızca C istasyonunun kapsama alanına ait olan bina sayısı kaçtır?

- A) 16 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

2. Bir otobüste İngilizce ve Fransızca dillerinden en az birini bilen 40 kişi vardır. Her durakta İngilizce ya da Fransızca bilenlerden 1 kişi veya her iki dili bilen 2 kişi iniyor.

17 durak sonunda otobüste yalnızca Fransızca bilen 8 kişi olduğuna göre, başlangıçta her iki dili bilen kaç kişi vardır?

- A) 18 B) 24 C) 28 D) 30 E) 32

3. A, B, C ve D kümeleri ile ilgili bilgiler veriliyor.

- A kümesi B ve C nin alt kümesidir.
- C kümesi D nin alt kümesidir fakat B'nin alt kümesi değildir.
- B kümesi C ve D nin alt kümesidir.
- D kümesi A, B ve C kümelerini kapsar.

Buna göre,

- B kümesi doğal sayılar kümesidir.
- A kümesi sayma sayıları kümesidir.
- $s(B \cap A) = 1$
- C kümesinin her hangi bir elemanı ile B kümesinin herhangi bir elemanının toplamı her zaman pozitifdir.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

- A) I ve II B) I ve III C) I, II ve III
D) II ve III E) I, II, III ve IV

4. Matematik dersinden başarılı veya başarısız sarışın veya esmer öğrencilerden oluşan bir sınıfta,

- Matematikte başarılı esmer kız öğrenci sayısı, matematikte başarısız sarışın erkek sayısına eşit ve matematikte başarılı sarışın kız sayısının iki katıdır.
- Matematikte başarısız esmer erkek öğrenci sayısı, matematikte başarısız esmer kız sayısına eşit ve matematikte başarılı esmer erkek sayısının 2 katıdır.
- Matematikte başarılı esmer erkek sayısı, matematikte başarılı sarışın kız öğrenci sayısından 1 eksiktir.
- Sarışın kız öğrenci sayısı, matematikte başarısız sarışın erkek sayısına eşit ve 8 dir.

Sarışın erkek öğrenci sayısı esmer kız öğrenci sayısından 4 fazla olduğuna göre, sınıf mevcudu kaçtır?

- A) 34 B) 36 C) 38 D) 40 E) 49

CEVAP ANAHTARI

(MANTIK VE KÜMELER)

- Sayfa 5, Örnek 3

p	r	$p \vee r$	$(p \wedge r) \wedge p \equiv p$
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1
0	0	0	0

- Sayfa 6, Örnek 7

I.

p	q	p'	q'	$q' \vee p'$	$p \wedge (q' \vee p')$
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0

II.

p	q	p'	q'	$q' \wedge p'$	$(q' \wedge p')'$	$p' \vee (q' \wedge p')'$
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1

- Sayfa 11, Örnek 3

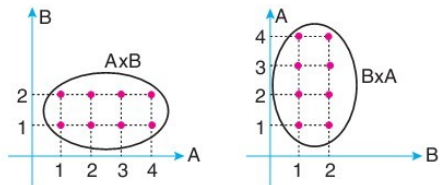
I.

p	p'	$p \Rightarrow p'$
1	0	0
0	1	1

II.

p	p'	$p \Rightarrow 0$
1	0	0
0	1	1

- Sayfa 54, Örnek 14



Toplu ve yüksek başarılarımızın mimarı olan
eğitim kadromuzun hazırladığı tüm ürünlerimizi görmek için:
www.aydinyayinlari.com.tr

"HEDEFİ YÜKSEK OLANLARIN TERCİHİ"



AYDIN YAYINLARI

Haymana Yolu 5. km Karşıyaka Mah. 577. Sk. No: 1 Gölbaşı / ANKARA
Tel: 0 (312) 418 10 02 - 0 (850) 577 00 71 • Faks: 0 (312) 418 10 09